



Ханойська вежа та вежа Стокмайера

Підготовка:

Бажано використовувати гру, яку зображено на малюнках нижче. Але якщо гри немає, то можна створити диски самостійно, склеївши кілька картонних кіл разом, потрібно буде зробити декілька дисків. Стрижні необов'язкові. Альтернативою є використання монет різного розміру.

Учасники:

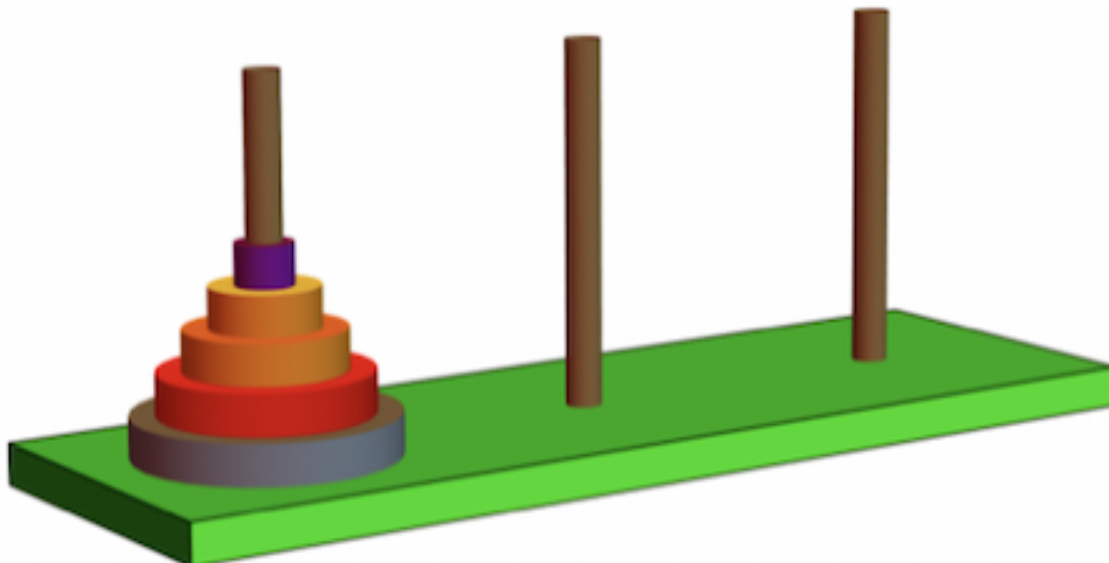
В ідеалі підготуйте одну гру на людину. Також можна провести гру в групах по 2–3 людини і попросити гравців обговорити стратегію.

Вік: від 6 років.

Примітка: ця гра також підходить для незрячих людей.

Правила гри в Ханойську вежу:

Є N дисків різних розмірів і три стрижні. N може бути будь-яким числом, наприклад 5, як на малюнку. На початку гри всі диски нанизуються на один стрижень у порядку спадання розмірів, так, що найбільший диск розташований знизу. Єдиний рух, що дозволяється, – це переміщення верхнього диска з одного стрижня на інший із дотриманням обмеження, що жоден диск не може бути покладений на диск меншого розміру. Мета гри – перемістити вежу з лівого стрижня на правий.

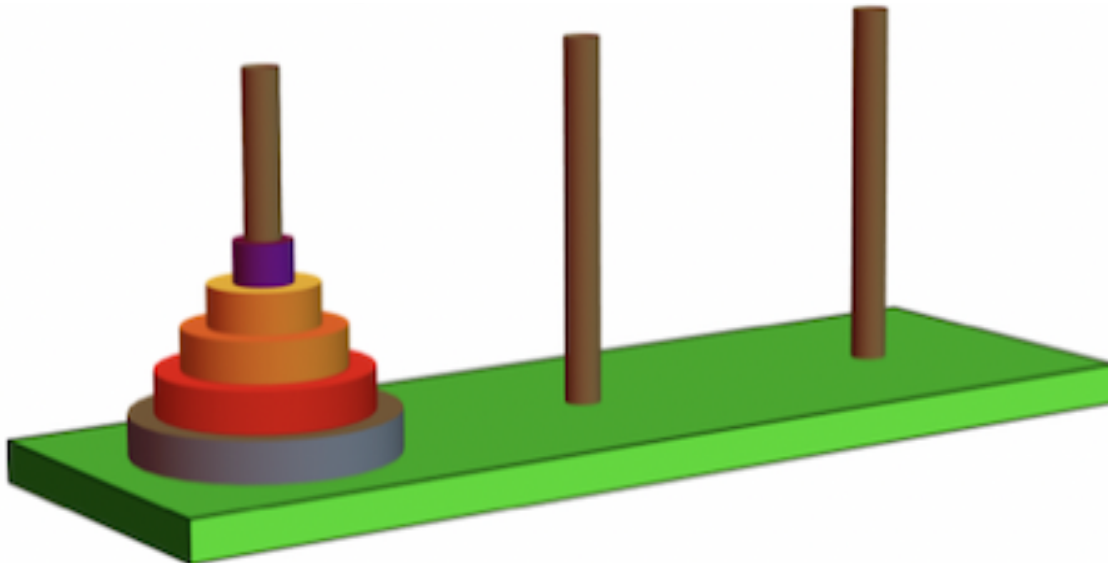


Можливі завдання:

1. Почніть з трьох дисків і перемістіть усі диски з лівого стрижня на праву. Яка найменша кількість ходів?
2. Повторіть те саме з чотирма дисками та перемістіть усі диски з лівого стрижня на правий. Яка найменша кількість ходів?
3. Повторіть те саме з п'ятьма дисками та перемістіть усі диски з лівого стрижня на правий. Яка найменша кількість ходів?
4. (Це питання складніше і вимагає знайомства з абстрактною алгеброю.) Чи можете ви вгадати найменшу кількість ходів для N дисків? Підказка: нехай a_N – це найменша кількість ходів для N дисків. Обчисліть a_N як функцію від a_{N-1}

Різновид Ханойської вежі з переміщенням на сусідні стрижні:

Існує додаткове обмеження: диск завжди потрібно переміщати з одного стрижня на сусідній.



Можливі завдання:

1. Зіграйте в гру з трьома дисками та перемістіть усі диски з крайнього лівого стрижня на крайній правий. Яка найменша кількість ходів?
2. Повторіть те саме з чотирма дисками та перемістіть усі диски з крайнього лівого стрижня на крайній правий. Яка найменша кількість ходів?
3. (Це питання складніше і вимагає знайомства з абстрактною алгеброю.) Чи можете ви вгадати найменшу кількість ходів для N дисків?
4. **Підказка:** нехай b_N – це найменша кількість ходів для N дисків. Обчисліть b_N як функцію від b_{N-1} .

Групове обговорення:

Ви можете провести групове обговорення на цьому етапі, перш ніж переходити до наступних завдань. Попросіть гравців пояснити загальну послідовність і їхні думки щодо пошуку закономірності (формули).

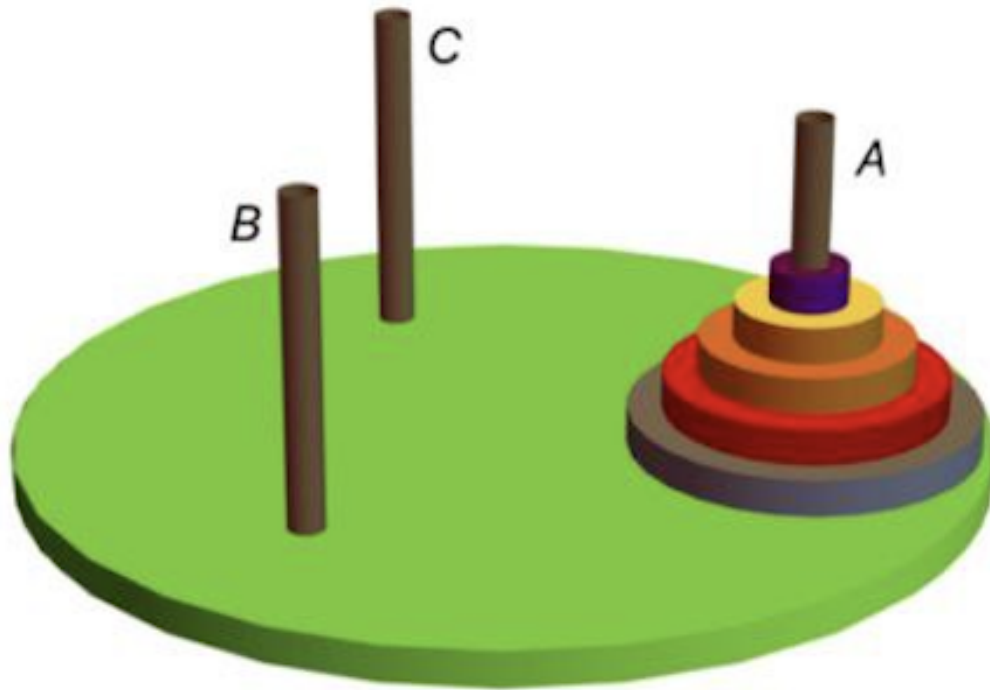
Циклічна Ханойська вежа:

Тепер три стрижні знаходяться у вершинах трикутника і диск можна перемістити до наступної палички лише за годинниковою стрілкою. Нехай А, В і С – три стрижні, що розташовані за годинниковою стрілкою.

Можливі завдання:

1. Зіграйте в гру з трьома дисками та перемістіть усі диски від А до В. Яка найменша кількість ходів?
2. Повторіть те саме з чотирма дисками та перемістіть усі диски від А до В. Яка найменша кількість ходів?
3. Зіграйте в гру з трьома дисками та перемістіть усі диски від А до С. Яка найменша кількість ходів?
4. Повторіть те саме з чотирма дисками та перемістіть усі диски від А до С. Яка найменша кількість ходів?

Вежа

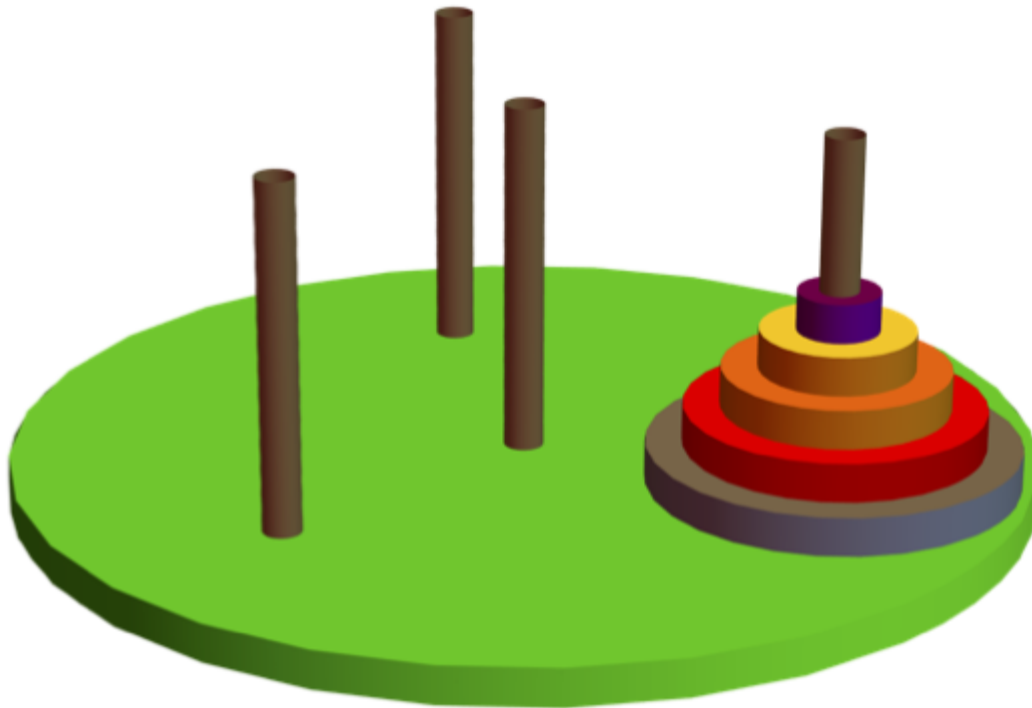


Стокмайера:

Є N дисків різних розмірів і чотири стрижні.

Три стрижні розташовані у вершинах трикутника і називаються *бічними стрижнями*, четверта знаходиться в центрі трикутника і називається *центральною стрижнем*.

На початку всі диски розміщені на одній бічній паличці у порядку зменшення їх розмірів знизу вгору.



Єдиними допустимими рухами є переміщення верхнього диска з одного бічного стрижня палички на центральну або з центральної палички на бічний і – так само, як у грі Ханойська вежа – з дотриманням обмеження, що жоден диск не може бути покладено на диск меншого розміру.

Можливі завдання:

1. Почніть з двох дисків і перемістіть всі диски з одного бічного стрижня на інший бічний стрижень. Доведено, що найменша кількість ходів дорівнює 6. Чи можете ви досягти цього?
2. Повторіть те ж саме з трьома дисками і перемістіть всі диски з одного бічного стрижня на інший бічний стрижень. Доведено, що найменша кількість ходів дорівнює 12. Чи можете ви цього досягти?
3. Повторіть те ж саме з чотирма дисками і перемістіть всі диски з одного бічного стрижня на інший бічний стрижень. Доведено, що найменша кількість ходів дорівнює 20. Чи можете ви цього досягти?
4. Повторіть те ж саме з п'ятьма дисками і перемістіть всі диски з однієї бічної палички на іншу бічну паличку. Доведено, що найменша кількість ходів дорівнює 32. Чи можете ви її досягти?

Після гри:

Обговоріть різні стратегії. Хотите вигадати нові правила? Наприклад, збільшення кількості стрижнів зменшує найменшу кількість ходів для N дисків. Або ви хочете створити нову гру?

Ви також можете переглянути відео [Numberphile від Aylean MacDonald](#), що представляє базову гру (включаючи картонну версію без паличок), розповідає про те, як створювати музику під час гри, цікаві закономірності та інші круті ідеї.

Створіть та діліться!

Зніміть відео, як хтось грає у гру дуже швидко (найкраще з висоти). Можливо, ви навіть захочете прискорити відео. Чи можете ви придумати нові правила? Поділіться своїми творіннями, відео, плейлістами тощо, використовуючи хештеги **#idm314hanoi** та **#idm314**.

Використані джерела:

[Variations of the Four-Post Tower of Hanoi Puzzle](#), Paul K. Stockmeyer, Proceedings of the Twenty-fifth Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory and Computing (Boca Raton, FL, 1994). *Congr. Numer.* [102 \(1994\)](#), 3–12.

© 2022 Крістіан Руссо

Ця робота доступна за ліцензією [Creative Commons Attribution 4.0 International License](#)