



Torres de Hanói y torres de Stockmeyer

Preparativos:

Se recomienda utilizar un juego físico como el que se muestra en las figuras siguientes. En caso de no disponer de un juego, se puede construir cada disco pegando varios círculos de cartón y apilarlos en tres posiciones diferentes uno junto a otro. Los postes no son estrictamente necesarios. Una alternativa es utilizar monedas de distintos tamaños.

Participantes:

Lo ideal es tener un juego por persona. También se puede usar un juego por grupo de 2-3 personas y hacer que los jugadores discutan la estrategia.

Edad: A partir de 6 años.

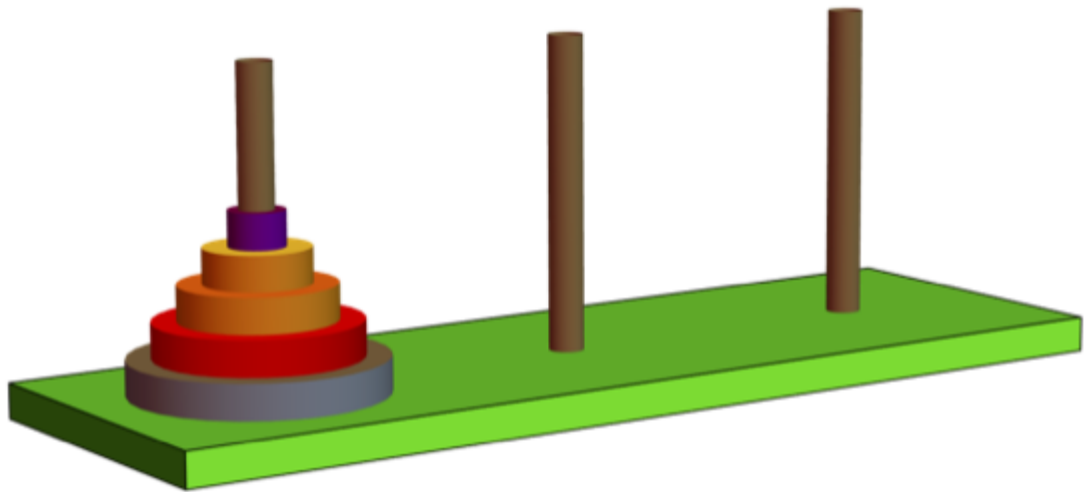
Nota: Esta actividad también es adecuada para personas con discapacidad visual.

Reglas para jugar a las torres de Hanói:

El juego consta de N discos perforados de tamaños decrecientes y tres postes. N puede ser cualquier número, por ejemplo 5 como se muestra en la imagen inferior.

Al principio, todos los discos se apilan en tamaños decrecientes de abajo a arriba en un poste.

El único movimiento permitido es mover el disco superior de un poste a otro respetando la restricción de que ningún disco puede apilarse encima de otro más pequeño. **El objetivo del juego es mover la torre del poste izquierdo al poste derecho.**

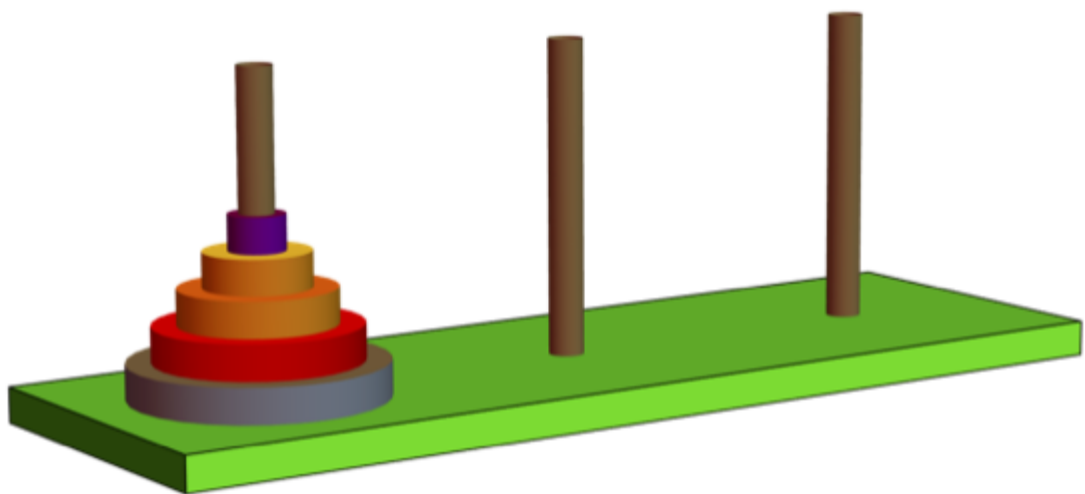


Posibles tareas:

1. Empieza con tres discos y mueve todos los discos del poste izquierdo al poste derecho. ¿Cuántos movimientos son necesarios?
2. Repite lo mismo empezando con cuatro discos. ¿Cuántos movimientos son necesarios?
3. Repite lo mismo con cinco discos. ¿Cuántos movimientos son necesarios?
4. **(Esta pregunta es más difícil y requiere familiaridad con el álgebra abstracta).** ¿Puedes adivinar el número de movimientos necesarios para N discos? Sugerencia: Denota por a_N el número de movimientos necesarios para trasladar N discos. Calcula a_N en función de a_{N-1} .

Variante de las torres de Hanói con movimientos a postes adyacentes:

Añadimos la restricción adicional de que un disco siempre debe moverse de un poste a otro adyacente.



Posibles tareas:

1. Empieza con tres discos y mueve todos los discos del poste izquierdo al poste derecho. ¿Cuántos movimientos son necesarios?

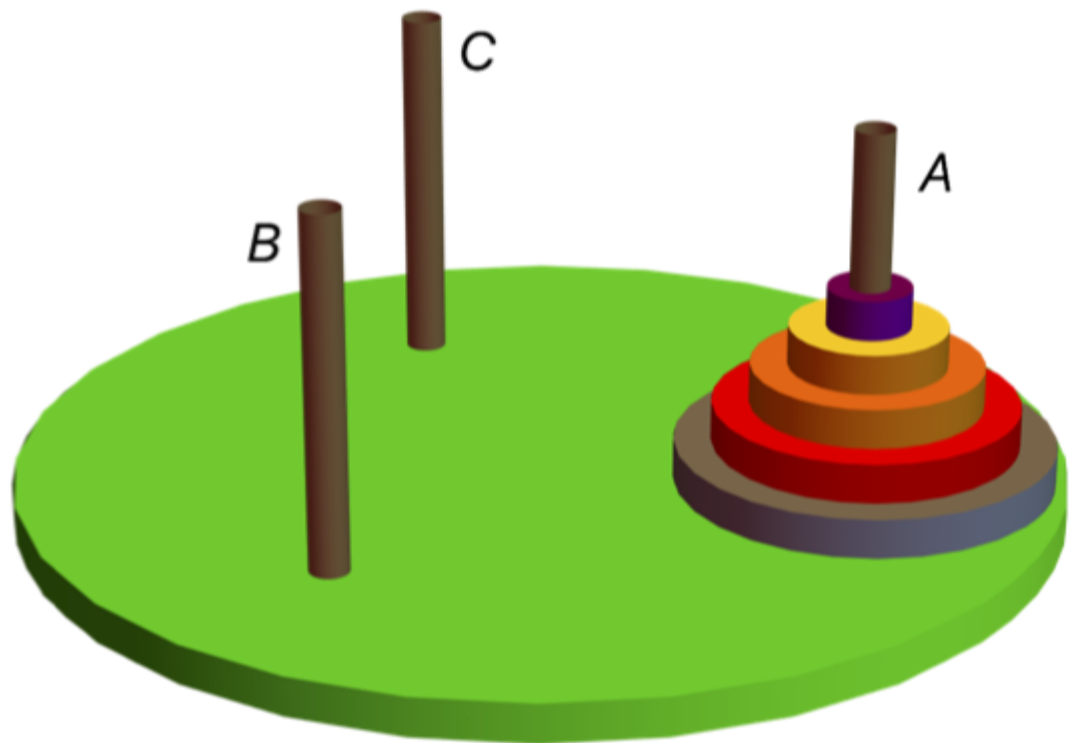
2. Repite lo mismo empezando con cuatro discos. ¿Cuántos movimientos son necesarios?
3. **(Esta pregunta es más difícil y requiere familiaridad con el álgebra abstracta).** ¿Puedes adivinar el número de movimientos necesarios para N discos? Sugerencia: Denota por b_N el número de movimientos necesarios para trasladar N discos. Calcula b_N en función de b_{N-1} .

Debate en grupo:

En este punto se puede proponer un debate en grupo antes de pasar a las siguientes actividades. Los jugadores deben explicar el procedimiento general para resolver el juego y sus ideas sobre la búsqueda de la fórmula.

Torres cíclicas de Hanói:

Los tres postes están ahora en los vértices de un triángulo equilátero, y un disco solo se puede mover al siguiente poste en el sentido de las agujas del reloj. Sean A, B y C los tres postes en el sentido de las agujas del reloj.



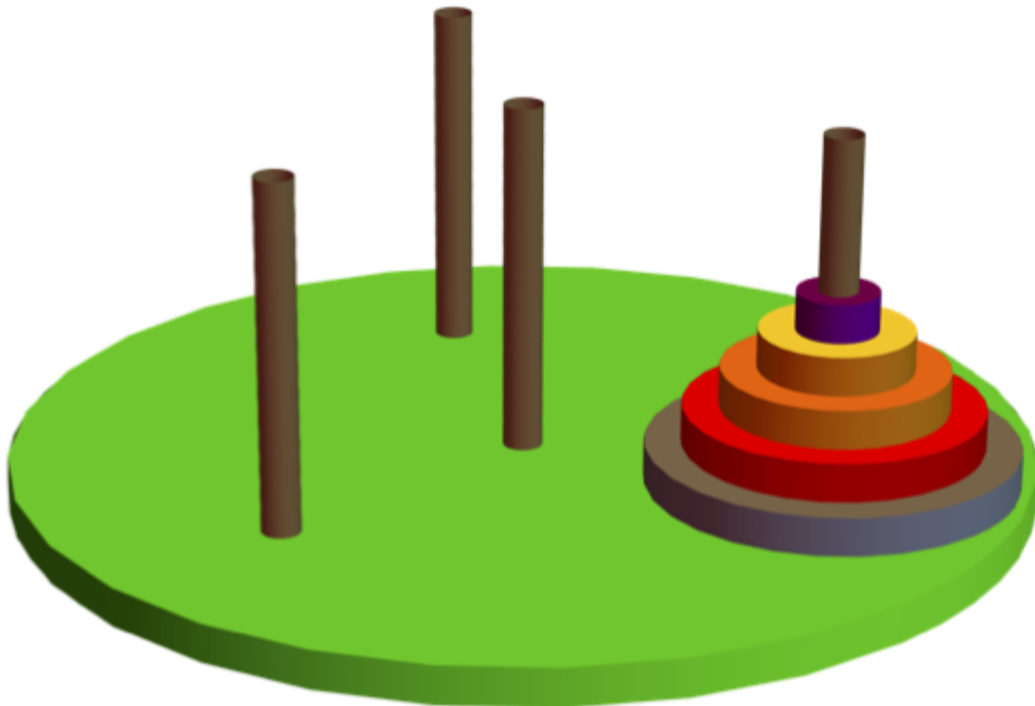
Posibles tareas:

1. Empieza con tres discos y mueve todos los discos del poste A al poste B. ¿Cuántos movimientos son necesarios?
2. Repítelo con cuatro discos y mueve todos los discos del poste A al poste B. ¿Cuántos movimientos son necesarios?
3. Repítelo con tres discos y mueve todos los discos del poste A al poste C. ¿Cuántos movimientos son necesarios?

- Repítelo con cuatro discos y mueve todos los discos del poste A al poste C.
¿Cuántos movimientos son necesarios?

Torre de Stockmeyer:

En esta variante tenemos N discos de tamaños decrecientes y cuatro postes. Tres postes están situados en los vértices de un triángulo equiátero y se llaman *postes laterales*, el cuarto poste está en el centro del triángulo y se llama *poste central*. Al principio, todos los discos se apilan en tamaños decrecientes de abajo a arriba en un poste lateral.



Los únicos movimientos permitidos son mover el disco superior de un poste lateral al poste central o del poste central a un poste lateral y - al igual que en las torres de Hanói - respetar la restricción de que ningún disco puede apilarse sobre otro disco más pequeño.

Posibles tareas:

- Empieza con tres discos y mueve todos los discos de un poste lateral a otro poste lateral. Está demostrado que el número mínimo de movimientos es 12. ¿Puedes conseguirlo?
- Repite lo mismo con cuatro discos y mueve todos los discos de un poste lateral a otro poste lateral. Está demostrado que el número mínimo de movimientos es 20. ¿Puedes conseguirlo?

3. Repite lo mismo con cinco discos y mueve todos los discos de un poste lateral a otro poste lateral. Está demostrado que el número mínimo de movimientos es 32. ¿Puedes conseguirlo?

Después del juego:

Discute las diferentes estrategias. ¿Quieres inventar nuevas reglas? Por ejemplo, aumentar el número de postes reduce el número mínimo de movimientos para N discos. ¿O quieres crear un nuevo juego?

También puedes echar un vistazo al [vídeo Numberphile de Ayliean MacDonald](#), en el que se presenta el juego básico (incluida una versión de cartón sin postes), una forma de crear música mientras se resuelve el juego, patrones interesantes y otras ideas divertidas.

Crea y comparte

Graba un vídeo de alguien jugando muy rápido (mejor desde una posición elevada). Puede que incluso quieras acelerar el vídeo. ¿Puedes inventar nuevas reglas? Comparte tus creaciones, vídeos, listas de reproducción, etc., utilizando el hashtag **#idm314hanoi** y **#idm314**.

Referencias:

[Torres de Hanói \[Wikipedia\]](#)

[Variations of the Four-Post Tower of Hanoi Puzzle](#), Paul K. Stockmeyer, Proceedings of the Twenty-fifth Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory and Computing (Boca Raton, FL, 1994). *Congr. Numer.* [102 \(1994\)](#), 3–12.

© 2022 Christiane Rousseau

Esta obra está sujeta a una licencia [Creative Commons Attribution 4.0 International License](#).