



Kağıt etkinlikleri

Bu yazıda, kağıt kullanılan pek çok faaliyet bulacaksınız:

1. Harita boyama
2. Oktahedron Balık
3. Döşemeler
4. Königsberg'in Köprüleri
5. Katla-ve-kes

Katılımcılar:

10 - 12 yaş ve üstü (etkinliğe bağlı olarak).
Matematik bilgisi gerekmeyecek.

Hazırlık:

Basılı şablonlar (her katılımcı için bir adet), boya kalemleri.
Bazı etkinlikler için makas, yapıştırıcı veya bant gerekir.

1. Etkinlik: Harita Boyama

Farklı bölgeleri boyamak için kural:

Ortak kenarı olan bölgeler aynı renkle boyanamaz.

Katılımcılardan bir haritayı en az sayıda renkle boyamalarını isteyin.

Seçenekler: Yerel haritalar bastırın. Harita boyama uygulamaları kullanın:

<https://mathigon.org/course/graph-theory/map-colouring>

2. Etkinlik: Sekizyüzlü Balık

Şablon, mozaikli balıklarla süslenmiş bir sekizyüzlü (oktahedron) için ağı (iki parça halinde) verir. İki adet bastırın, düz çizgiler boyunca kesin ve noktalı çizgilerden katlayın. İsterseniz boyayın ve, iki yarıyı birbirine yapıştırın veya bantlayın.

Çokyüzlü (köşeler, kenarlar, yüzler) kavramını tanıttın ve çevrenizdeki örnekleri buldun.

Soru soralım:

Kağıt heykelin kaç yüzü, kenarı ve köşesi var? Kaç tane balık var? Her köşede kaç ağız buluşuyor? Buluşan kaç kuyruk var? Nerede buluşuyorlar?

Yüzgeçler nerede buluşuyor? (Her köşede iki ağız, dört yüzün merkezinde üç kuyruk ve diğer dört yüzün merkezinde üç yüzgeç buluşacak.)

(Eşkenar) üçgenlerden başka hangi kapalı heykeller inşa edebilirsiniz?

Birkaç farklı dışbükey polihedranın yüzlerini (F), kenarlarını (E) ve köşelerini (V) sayın.

Bunları herkesin görebileceği bir tabloya koyun ve Euler'in Polyhedron formülünü bulmaya çalışın: $V - E + F = 2$. Gerektiğinde ipuçları verin (yani yalnızca toplama ve çıkarma kullanın).

3. Etkinlik: Döşemeler

Katılımcılar şablondaki iki resmi boyasın. Ayna simetrileri hakkında konuşun.

Kenarlardan sonra desenin nasıl olacağını sorun. Sizi çevreleyen şeylerde simetrileri arayın. Kendi deseninizi çizin, tasarımınızla tişörtler yaratın ...

4. Etkinlik: Königsberg'in Köprüleri

Bir nehir, şehri ayrı alanlara böldüğünde, bu alanları birer köprü ile birbirine bağlarız. Bu durumda her bir köprüden tam birer kere, yani en az ve en fazla bir kez geçerek şehri dolaşmak mümkün müdür? Gezintiyi istediğiniz yerde başlayıp istediğiniz bir yerde de bitirebilirsiniz.

Elinizdeki haritalara geçerli bir rota çizmeye çalışın.

5. Etkinlik: Katla-ve-Kes:

Bir kağıt alın, birkaç kez katlayın ve tek bir düz kesim yapın. Parçaları açın.

Şimdi düşünün: Böyle bir kesimle hangi şekilleri üretmek mümkündür?

Şablonda verilen bazı örnekleri katlamaya ve kesmeye çalışın.

Yarat ve paylaş!

#idm314paper ve #idm314 hashtag'lerini kullanarak katılımcı çizimlerini ve oluşturduğunuz şablonları paylaşın.

Matematik arka planı ve kaynaklar:

Harita boyama

Dört Renk Teoremi, matematiğin en ünlü teoremlerinden biridir. Herhangi bir desen veya haritanın her zaman dört renkle (veya daha azıyla) renklendirilebileceğini belirtir. İlk kez 1852'de ortaya konduğu ve 1976'ya kadar kanıtlanmadığı için önemlidir. Yüz yirmi küsür yıl boyunca dünyanın en iyi matematikçileri matematikteki en basit teoremlerden birini kanıtlayamadı. Pek çok yanlış kanıt verildi ve teoremi çözmeye çalışmak için Graf Teorisi olarak bilinen yepyeni bir matematik dalı geliştirildi. Appel ve Haken teoremi 1976'da bir bilgisayar yardımıyla ispatlayana kadar kimse teoremi ispatlayamadı. Bazı insanlar, kanıt doğru olmasına rağmen, bilgisayar kullanılmış olmasını hile olarak nitelendiriyorlar. Fikriniz?

Oktahedron Balık

Üçboyutlu uzayda düzlemsel çokgenlerle (düz yüzler, düz kenarlar, köşeler) sınırlanan kapalı cisime ya da bu cismin yüzeyine “çokyüzlü” diyoruz. Örnek olarak küp veya piramiti verelim. Sekizyüzlü (Oktahedron) başka bir örnektir (iki kare piramidi kare yüzlerinden yapıştırdığınızı düşünün). Hem oktahedronu bir kübün içinde (köşeleri küpün yüzlerinin merkezine geçecek), hem de kübü bir oktahedronun içinde hayal edebilirsiniz. Bu karşılıklılığa eşiz (dual) diyoruz. Piramidin dualini bulmayı deneyin.

Yüzeyin herhangi bir noktasından düz bir çizgide yüzeyin başka bir noktasına giderken hep nesnenin içinde kalırsanız, bu yüzey çok yüzlü bir dışbükey olarak adlandırılır. Küp, piramit ve oktahedron, dışbükey çokyüzlü örnekleridir.

Çokyüzlüler birbirinden çok farklı görünebilir ve herbirinin çok veya az sayıda yüzü, kenarı ve köşesi olabilir. Bununla birlikte, tüm dışbükey çokyüzlüler için aynı (değişmez) olan bir özellik vardır: Dışbükey bir çokyüzlü alın ve yüzlerini (F), kenarlarını (E) ve köşelerini (V) sayın. Hangi çokyüzlüyü seçerseniz seçin $V - E + F$ her zaman aynı sayıdır, bu sayı da 2'dir. Bu sayıya Euler Karakteristiği diyoruz çünkü ilk kez 1758'de ünlü matematikçi Leonhard Euler tarafından ifade edilmiştir. Not: Euler özelliği, eğer bir veya daha fazla deliğe sahiplerse, konveks olmayan çokyüzlüler için 2'den farklı olabilir. Dışbükey çokyüzlülerde delik olmaz.

Diğer seçenekler:

- MatchTheNet oyunu: <https://www.matchthenet.de/>
- Değişik çokyüzlüler inşa edin: <https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-nets.pdf>

- Bu çokyüzlülere bir göz atın:
<https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-images.pdf>
- Çokyüzlüler üzerine Mathigon dersine bakın:
<https://mathigon.org/course/polyhedra/polygons>
- Bir çokyüzlü edinin:
<https://www.polytopia.eu/en/>

Döşemeler

Bir mozaikleme veya döşeme, düz bir yüzey üzerinde (ideal olarak sonsuz uzatılmış bir düzlem), boşluk veya üst üste binme olmaksızın fayans adı verilen (geometrik) şekillerden oluşan bir desendir. Desen tekrar ederse, buna periyodik döşeme denir. Aksi takdirde periyodik değildir.

Tarihsel olarak mozaikler Antik Roma'da ve İslam sanatında kullanılmıştır.

Periyodik döşemelerin oluşturduğu desenler 17 duvar kağıdı grubuna ayrılabilir.

Diğer seçenekler:

- iOrnament kullanarak kendi sanal duvar kağınızı yapın
<https://imaginary.github.io/cindyjs-apps/iornament/index.html>
- Simetri ve dönüşümler ile Mathigon dersine bakın
<https://mathigon.org/course/transformations/introduction>

Königsberg'in köprüleri

Grafikler ve ağlar hakkında düşünen ilk matematikçilerden biri Leonhard Euler'di. Baltık Denizi yakınlarındaki Königsberg kasabasıyla (şimdiki Kaliningrad, Rusya) ilgili eski bir sorundan etkilenmişti. Königsberg örneğinde, tüm köprülerden tam olarak bir kez geçen geçerli bir rota bulmak imkansız gibi görünüyordu, ancak diğer şehirlerin bazılarında mümkündü.

Sorun, kalemi kaldırmadan ve aynı çizginin üstünden bir daha geçmeden şekil çizmekle yakından bağlantılıdır. Verilen şehir haritalarının her biri, kenarları ve köşeleri olan grafiklere dönüştürülebilir: Her ada veya arazi bölgesi bir köşenokta ile temsil edilir ve iki bölgeyi birbirine bağlayan her köprü, bir kenarla temsil edilir. Yalnızca bağlantılar önemlidir, grafik pek çok değişik hal alabilir, çizgilerin düz olması gerekmez.

Diğer seçenekler:

Çocukların birkaç farklı grafik bulmalarını sağlayın ve ardından hangilerinin bir defada çizilebileceğini saptayın. Bir grafiğin her bir köşenoktasının derecesini bulmak faydalı olur (derece: bu köşenoktasında birleşen kenar sayısı). Tartışma / beyin fırtınası yoluyla grup, böylesi bir grafik elde edebilmek için gereken kuralları ortaya çıkarabilir. Örneğin: Grafiğin bağlantılı (connected) olması gerekiyor. Yalnızca iki köşenokta tek sayılı bir dereceye sahip olabilir. Tek sayı dereceli köşenoktalar varsa, yol bunlardan birinde başlayıp diğerinde bitmelidir. Bir grafiğin her kenarını tam olarak bir kez ziyaret eden bir yola (bir köşenoktası birkaç kez ziyaret edilebilir) "Euler Yolu" diyoruz. Yol aynı köşenoktasında başlar ve biterse, buna da "Euler Döngüsü" denir. Euler Teoremi der ki: "Bağlantılı bir çizgenin (grafik) bir Euler döngüsü ancak ve ancak her köşenokta eşit dereceye sahipse vardır". Bu teorem Carl Hierholzer tarafından 1873'te kanıtlandı. Çevrimiçi sürümü buradan deneyin:

<https://mathigon.org/course/graph-theory/bridges>

Katla ve kes

Teorem, düz çizgi kesimlerinin her deseninin (düzlem çizgesi) katlanarak ve bir tam düz kesimle yapılabileceğidir. Böylelikle, tek bir çokgen (konveks olmayabilir), birçok ayrı çokgen, iç içe geçmiş çokgenler, bitişik çokgenler ve hatta kayan çizgi parçaları yapmak mümkündür.

Daha fazla bilgiyi burada bulabilirsiniz: <http://erikdemaine.org/foldcut/>

Krediler ve Lisans:

Harita boyama etkinliği Rod Pierce'in bir etkinliğine dayanmaktadır. Resim ve şablonlar izniyle kullanılıyor. Etkinliğin orijinali için: www.mathsisfun.com.

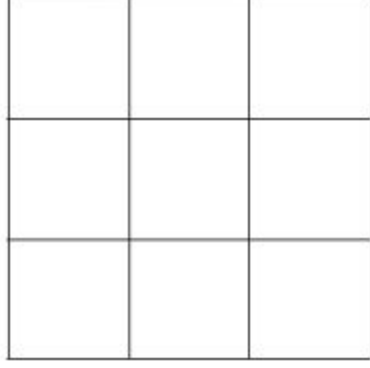
Fish Oktahedron Balık ve Döşemeler şablonları Robert Fathauer'e ait, ve onun izniyle kullanılıyor.

Königsberg'in Köprüleri etkinliği bir Mathigon dersine dayanmakta: www.mathigon.org. Haritalar Philipp Legner'in izniyle kullanılıyor..

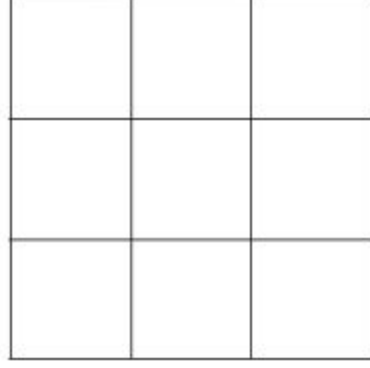
Katla ve Kes etkinliği Eric Demaine'in fikri: <http://erikdemaine.org/foldcut/> Şablonlar ise Christiane Rousseau'dan.

Harita Boyama Şablonları (1/3)

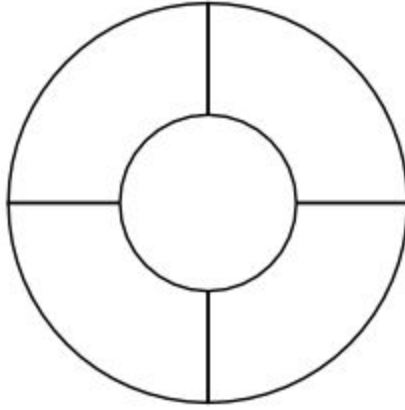
Aynı şekil için değişik renkler deneyin ya da bir şekli boyayın:



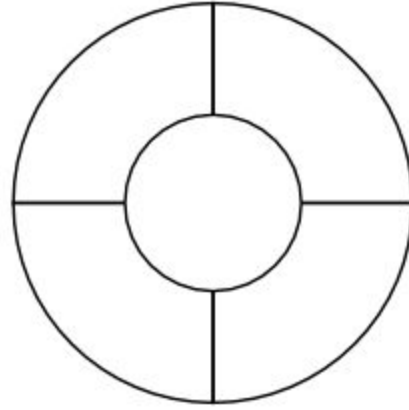
renk: ____



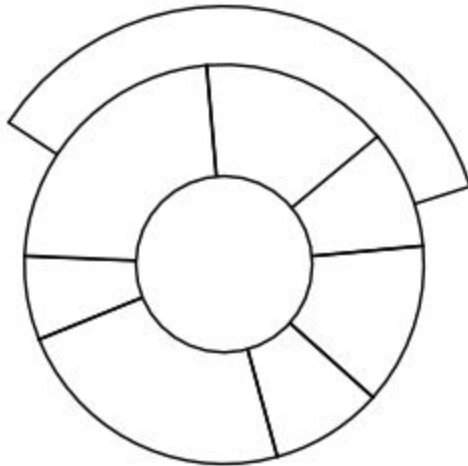
renk: ____



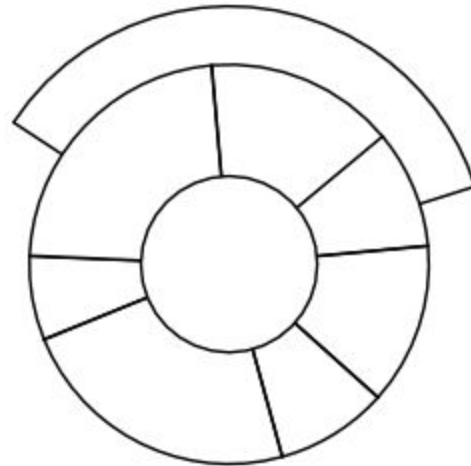
renk: ____



renk: ____



renk: ____



renk: ____

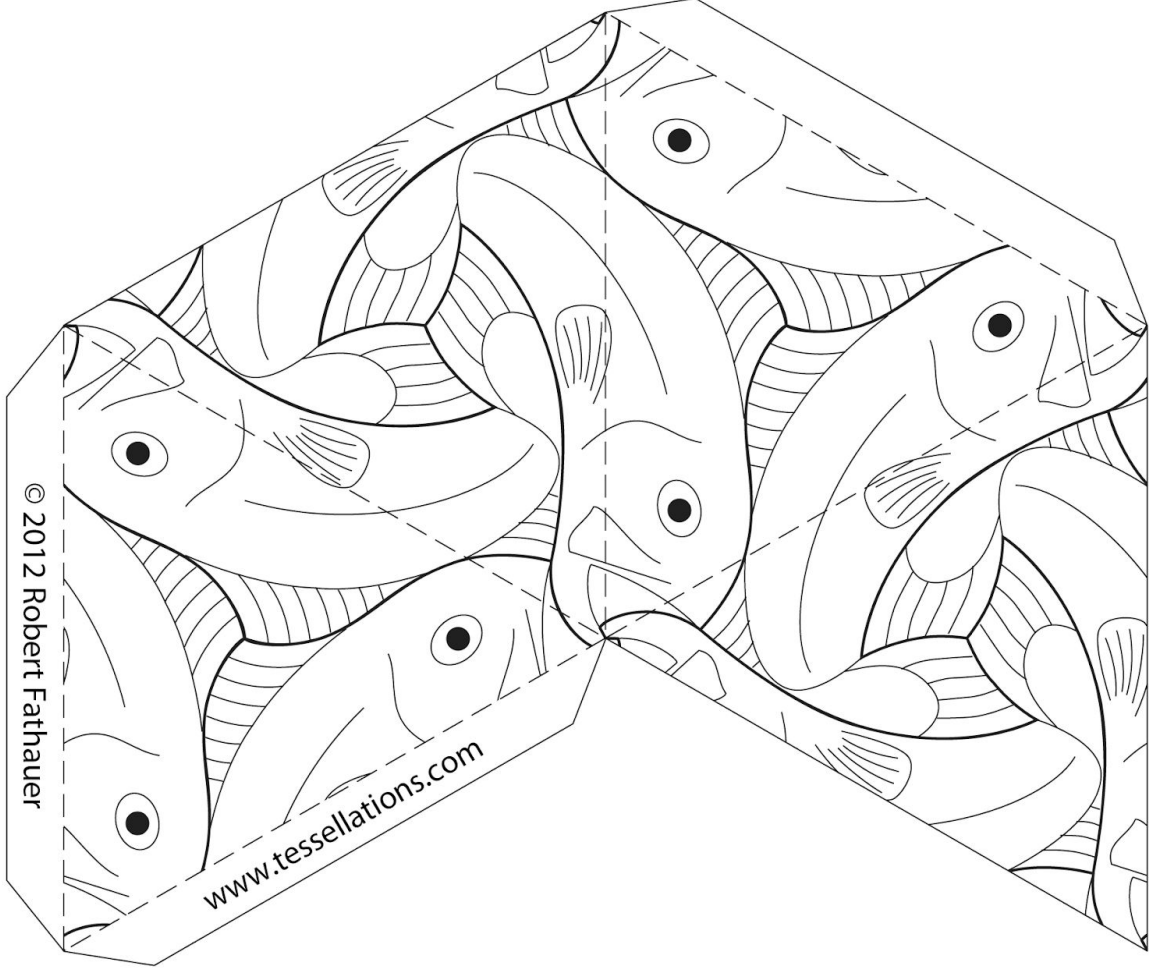
Harita Boyama Şablonları (2/3)



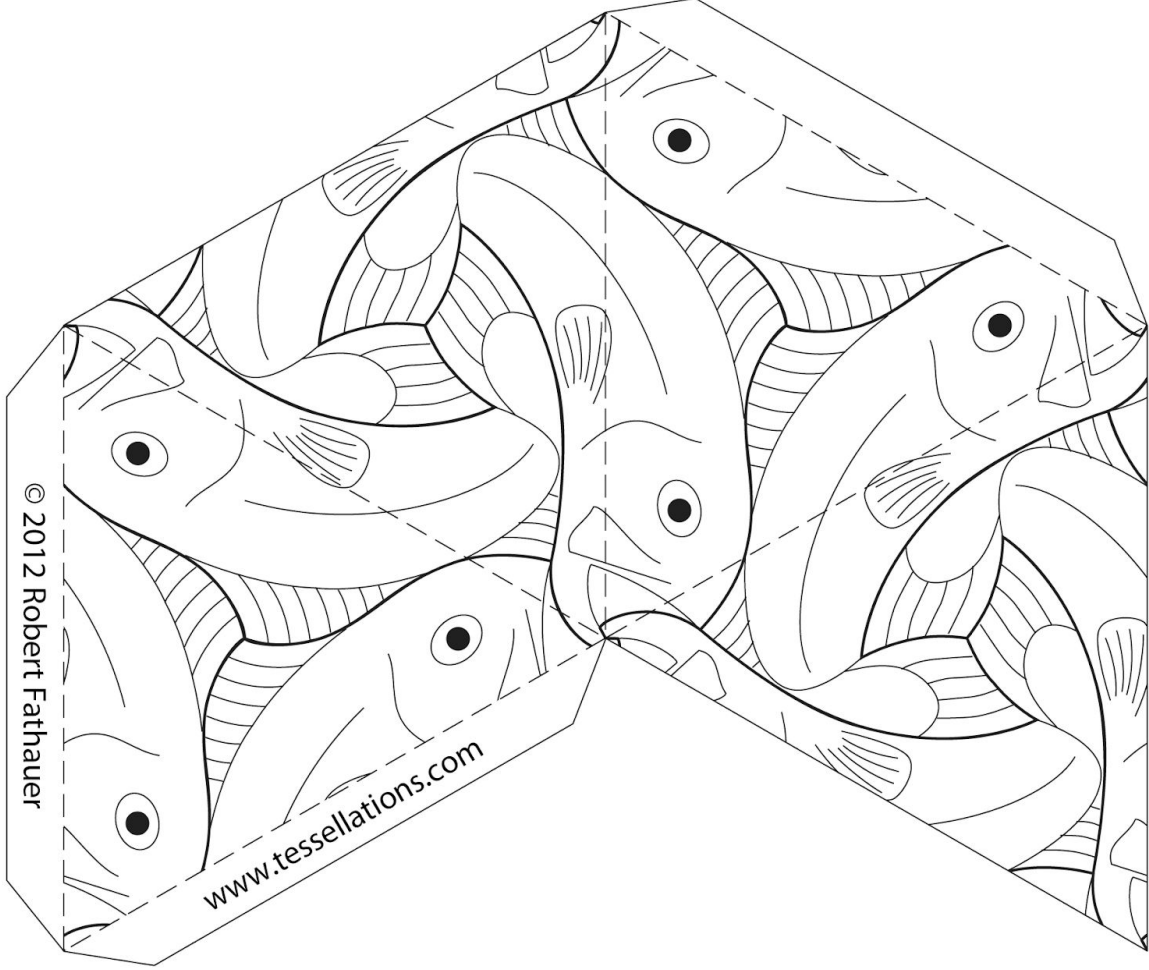
Harita Boyama Şablonları (3/3)



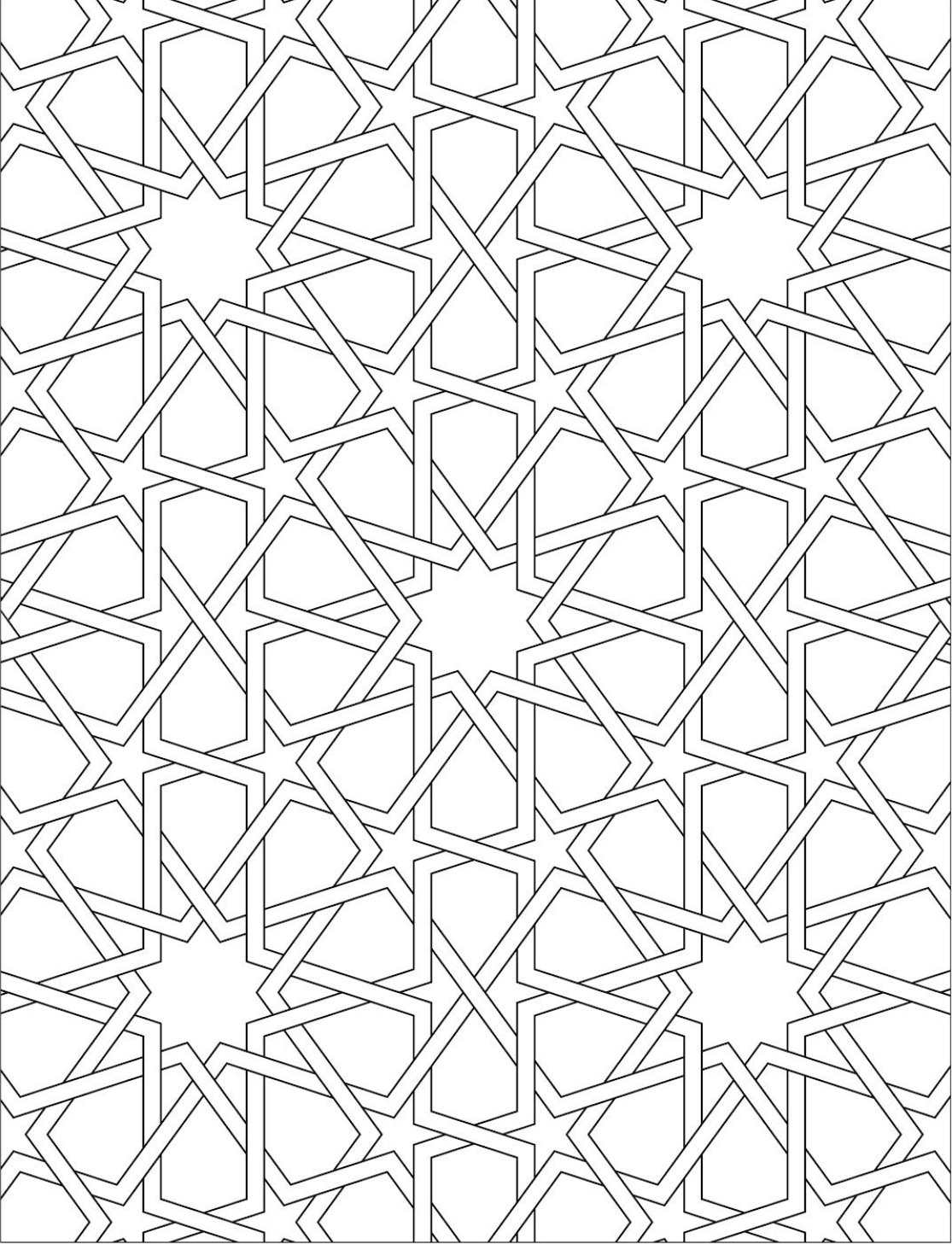
Oktahedron Balık Şablonları (1/2)



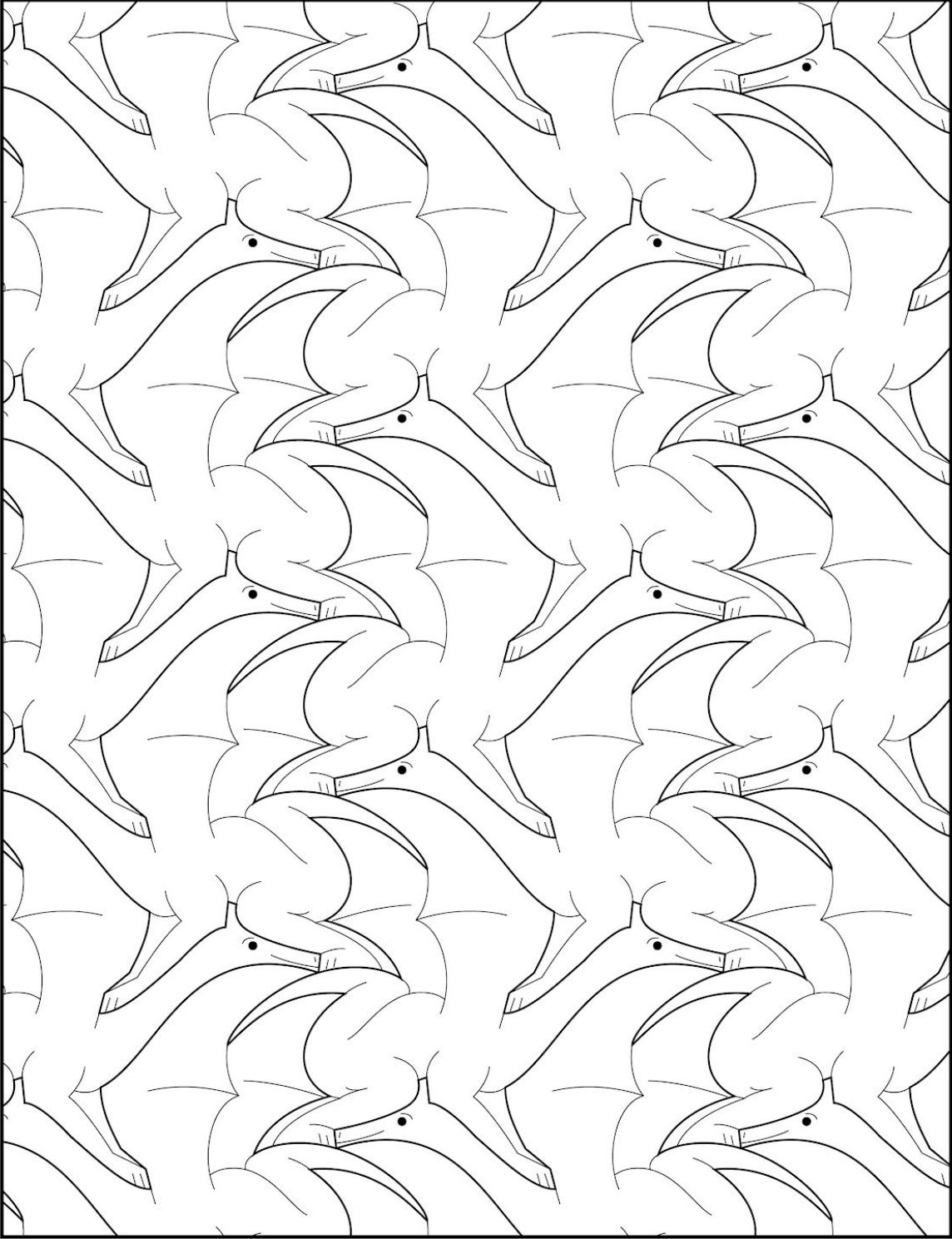
Oktahedron Balık Şablonları (2/2)



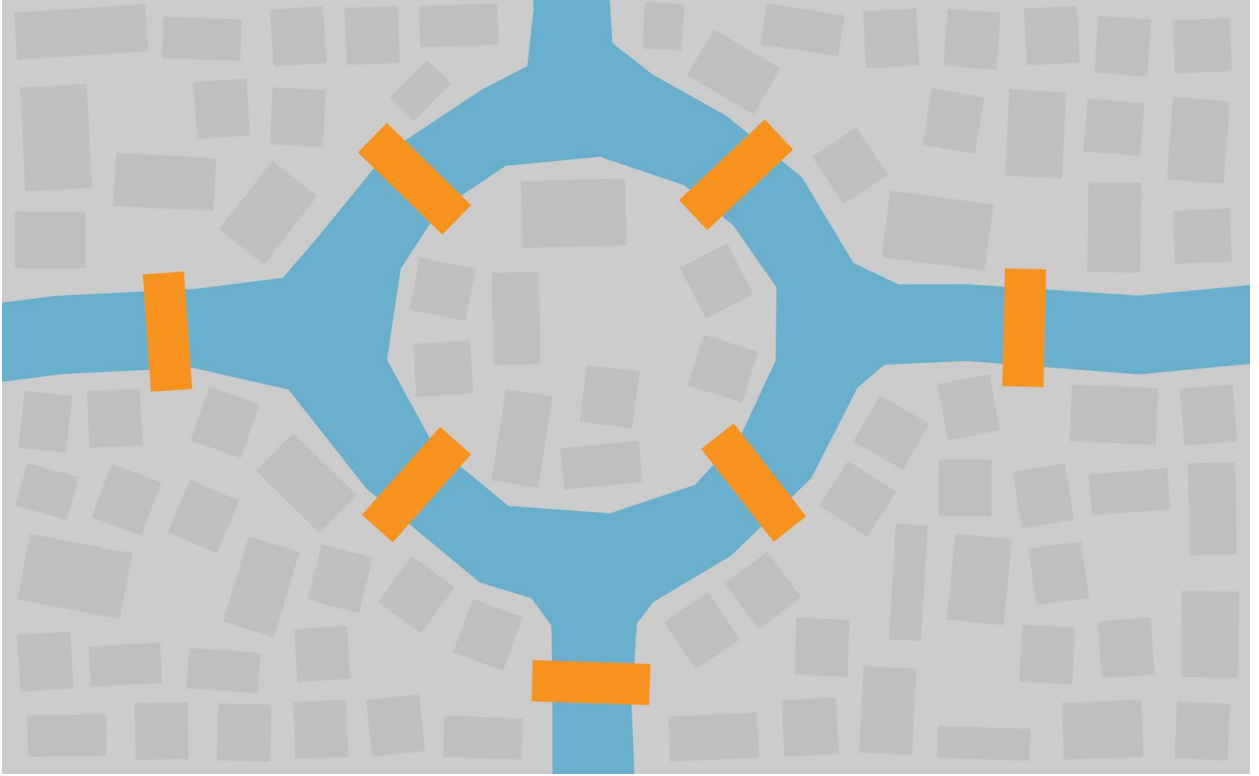
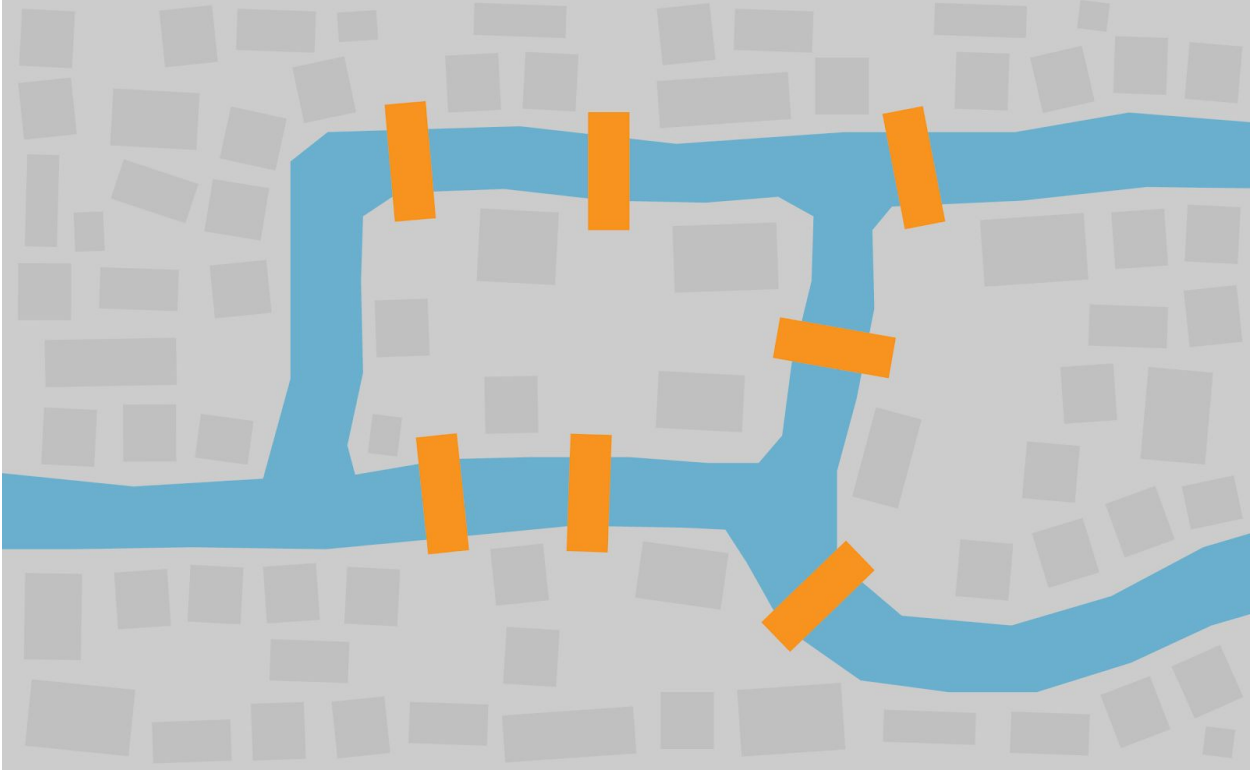
Döşeme Şablonları (1/2)



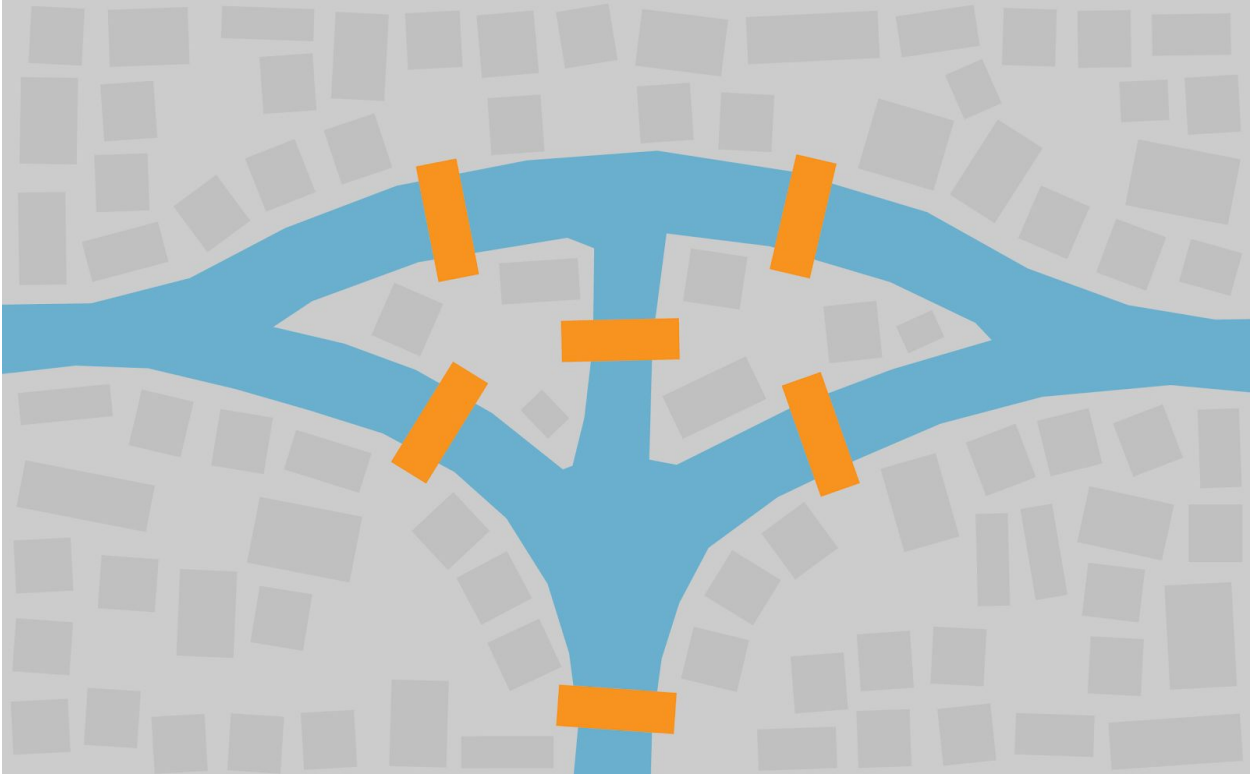
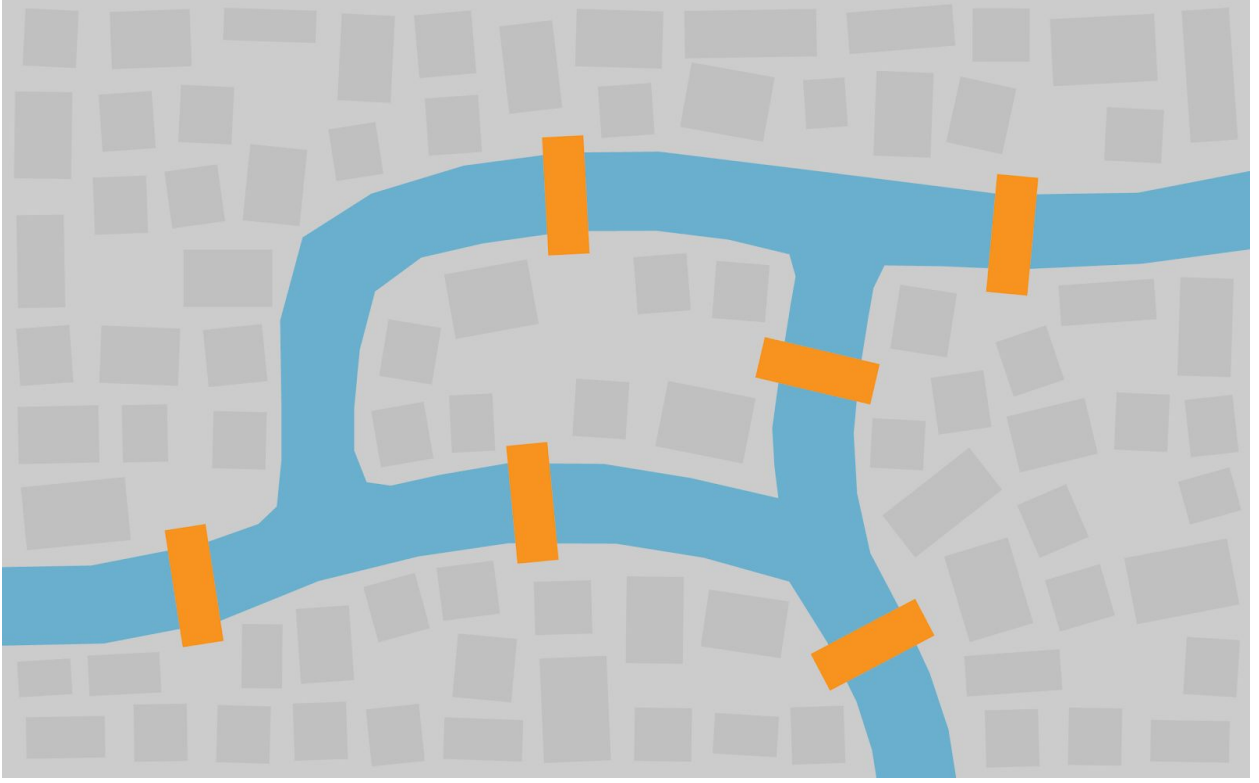
Döşeme Şablonları (2/2)



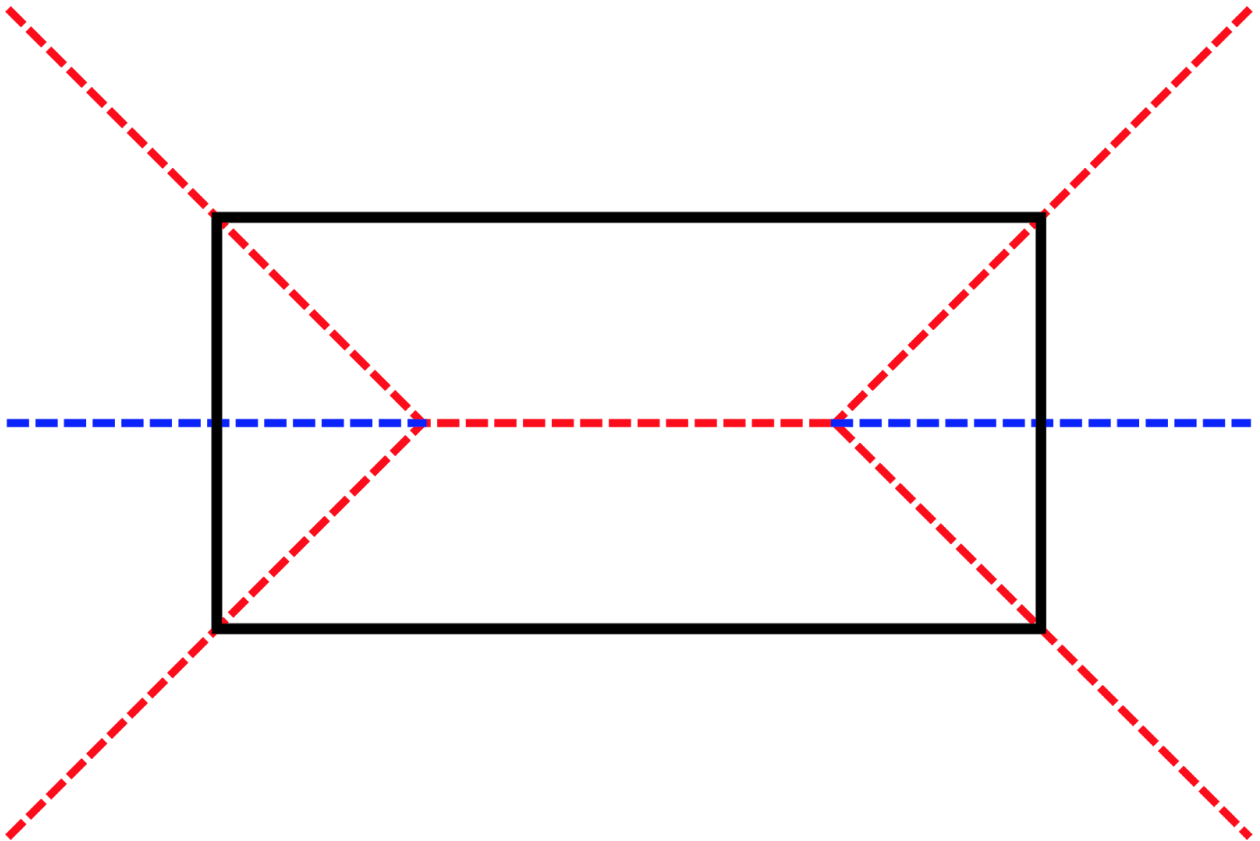
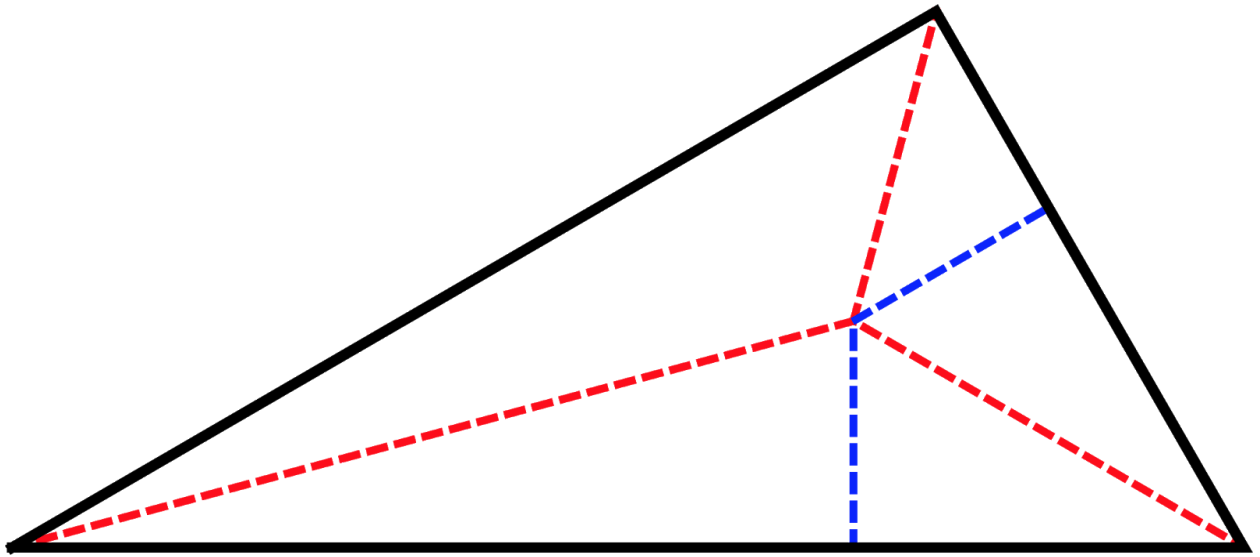
Königsberg'in Köprüleri Şablonları (1/2)



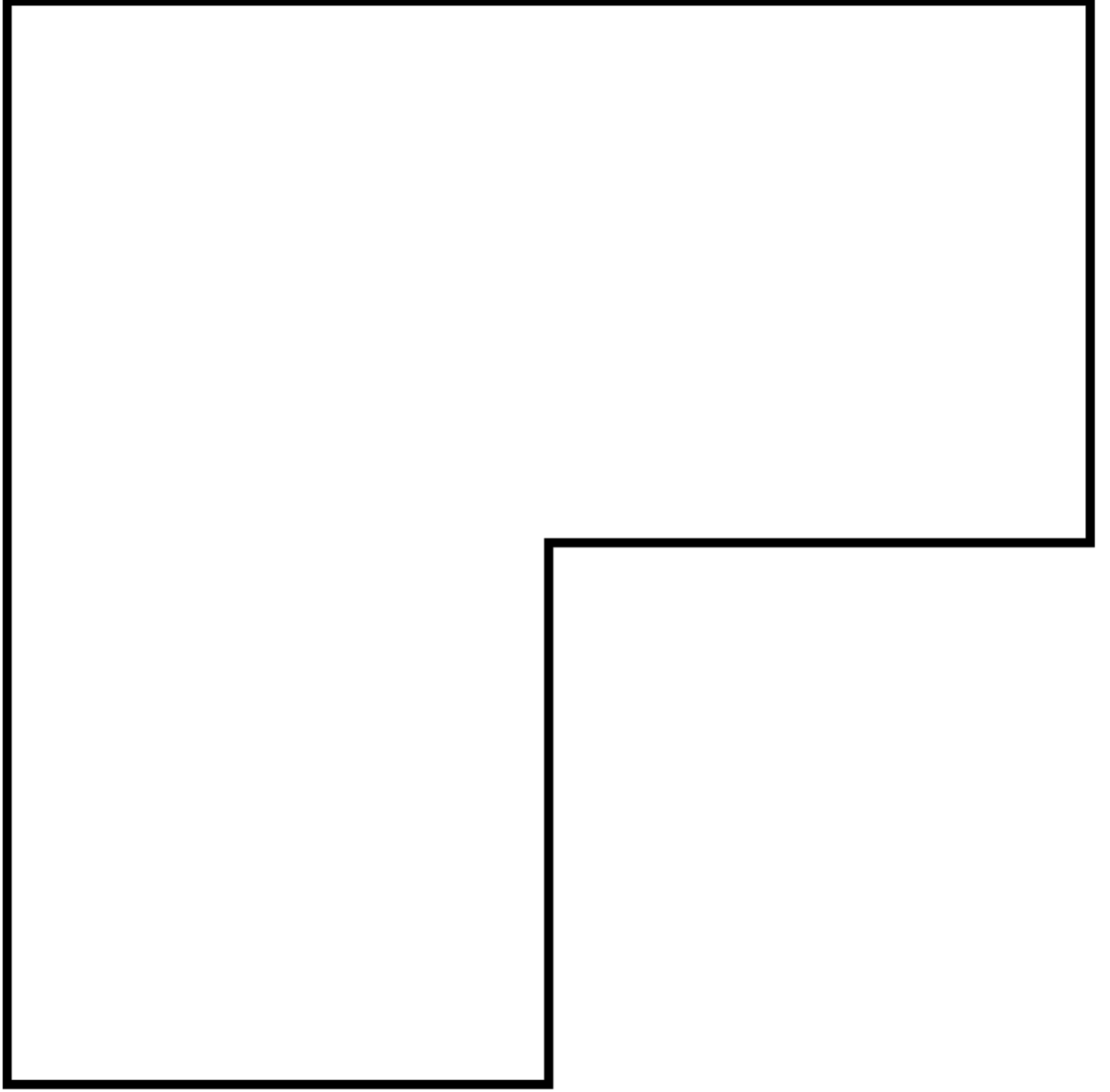
Königsberg'in Köprüleri Şablonları (2/2)



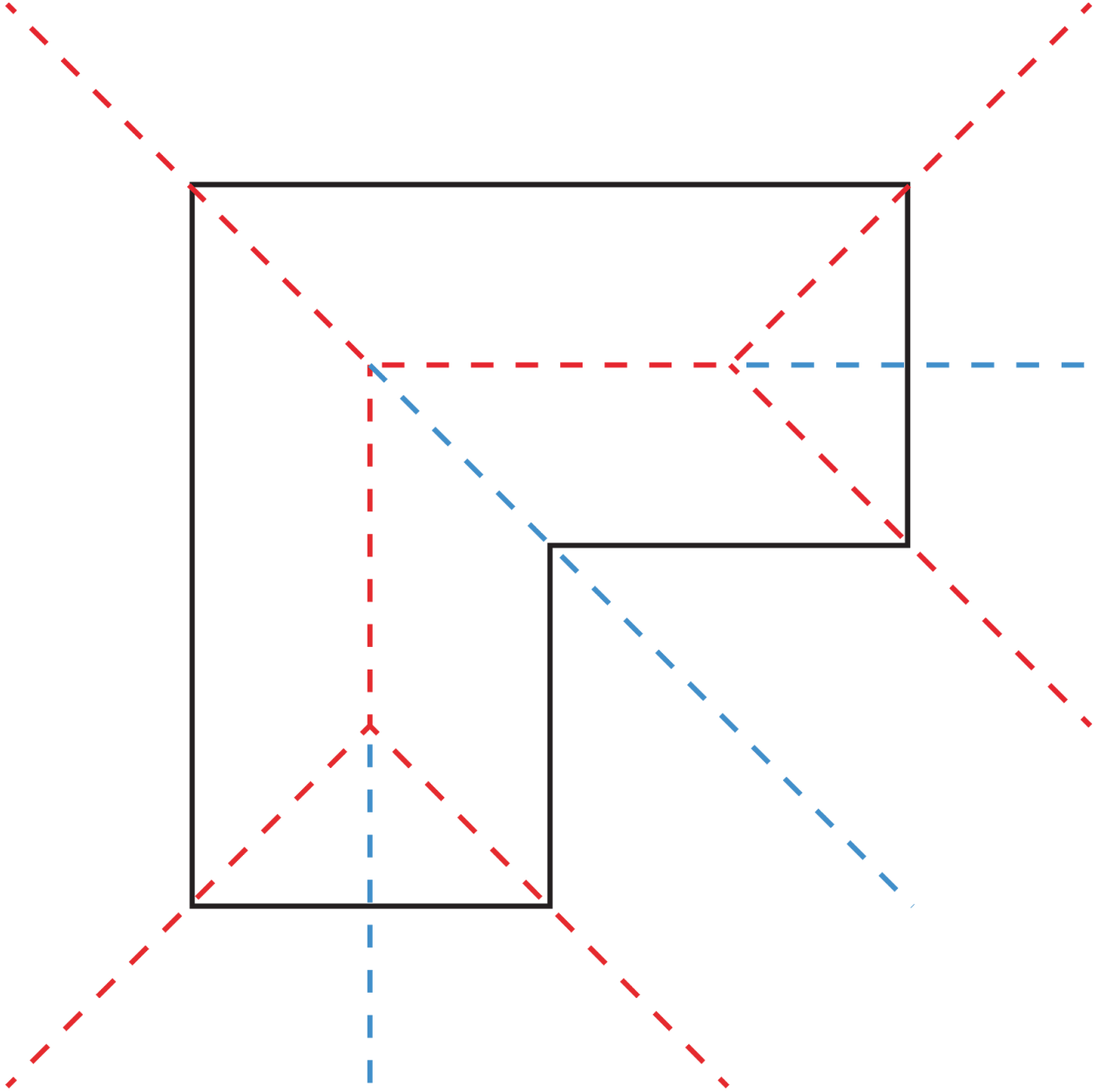
Katla ve Kes Şablonları



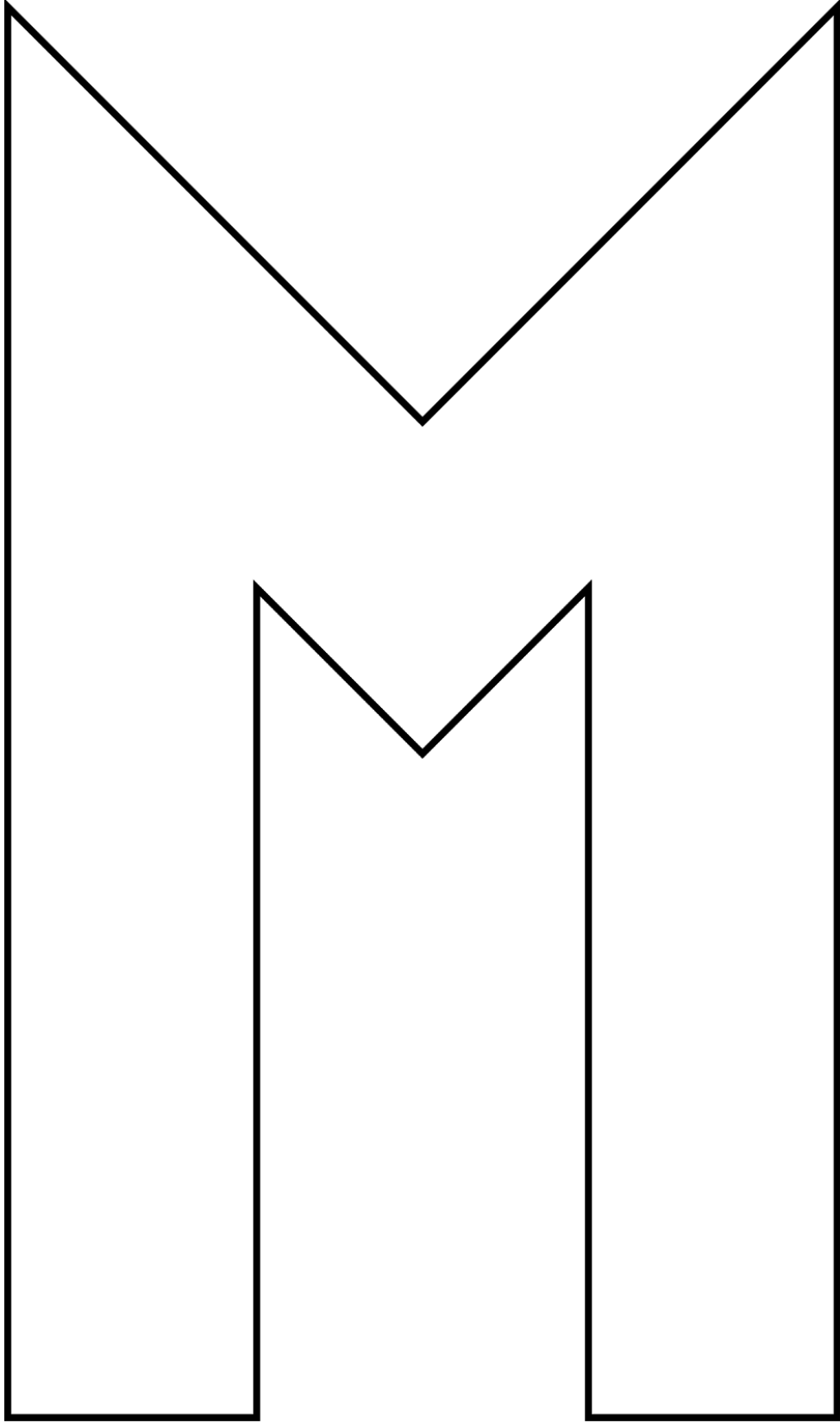
Katla ve Kes Şablonları



Katla ve Kes Şablonları



Katla ve Kes Şablonları



Katla ve Kes Şablonları

