JOURNÉE INTERNATIONALE DES MATHÉMATIQUES
14 MARS

Activités avec du papier

Dans ce document, vous trouverez plusieurs activités utilisant du papier :

1. Coloriage de cartes
2. Octaèdre avec des poissons
3. Pavages
4. Ponts de Königsberg
5. Plier et couper

Participants:

Âge 10 - 12 et plus (selon l'activité).
Aucun préalable mathématique n'est requis.

Préparatifs :

Modèles imprimés (un pour chaque participant), crayons de couleur.
Certaines activités nécessitent des ciseaux et de la colle ou du ruban adhésif.

Activité 1. Coloriage de cartes :

Les règles de coloriage des différentes régions sont les suivantes:
Deux régions qui partagent un bord commun ne peuvent pas être coloriées de la même couleur.
Demandez aux participants de colorier chaque carte avec le moins de couleurs possible.
Options: Imprimez les cartes locales à portée de main. Jouez avec cette application interactive pour colorier des cartes:
https://mathigon.org/course/graph-theory/map-colouring

Activité 2. Octaèdre avec des poissons :

Le gabarit donne le plan (en deux parties) pour un octaèdre décoré d'un pavage de poissons. Imprimez deux exemplaires, coupez le long des lignes pleines et pliez le long des pointillés. Coloriez si vous le souhaitez et collez les deux moitiés ensemble.
Présentez le concept de polyèdres (sommets, arêtes, faces) et trouvez des exemples autour de vous.
Posez des questions :

Combien de faces, d'arêtes et de sommets la sculpture en papier a-t-elle, et combien de poissons? Combien de bouches se rencontrent à chaque sommet? Combien de queues se rencontrent? Et où?
Où se rencontrent les nageoires? (Deux bouches se rencontreront à chaque sommet, trois queues au centre de quatre faces et trois nageoires au centre des quatre autres faces.) Quelles autres sculptures fermées pouvez-vous construire à partir de triangles (équilatéraux)?
Comptez le nombre de faces (F), d'arêtes (E) et de sommets (V) de plusieurs polyèdres convexes différents. Mettez-les dans un tableau visible par tous et essayez de retrouver la formule d'Euler: V - E + F = 2. Donnez des indices si nécessaire (par exemple de n'utiliser que l'addition et la soustraction).

Activité 3. Pavages :

Demandez aux participants de colorier les deux images ci-dessous. Parlez des symétries miroir.
Demandez comment le motif se poursuivrait au delà des bords. Recherchez les symétries dans les choses qui vous entourent. Dessinez votre propre patron, créez des T-shirts avec votre motifs…

Activité 4. Ponts de Königsberg :

Une rivière divise une ville en zones distinctes reliées par des ponts. Est-il possible de se promener dans la ville en traversant tous les ponts exactement une fois (et pas plus d'une fois)? Vous pouvez commencer et terminer n'importe où, pas nécessairement au même endroit.
Essayez de trouver un itinéraire valide en vous appuyant sur les cartes fournies.

Activité 5. Plier et couper :

Prenez un morceau de papier, pliez-le à plat plusieurs fois et faites une seule coupe complètement droite. Dépliez les pièces.
Réfléchissez maintenant: quelles formes peut-on produire avec une coupe comme celle-là?
Essayez de plier et de couper certains des exemples donnés ci-dessous.

Créez et partagez !
Partagez les dessins des participants et les modèles supplémentaires que vous avez créés à l'aide des hashtag **#idm314paper** et **#idm314**.

Contexte mathématique et ressources :

Coloriage de cartes

Le *théorème des quatre couleurs* est l'un des théorèmes les plus célèbres en mathématiques. Il affirme que toute carte peut toujours être coloriée avec au plus quatre couleurs. Ce théorème est important car une première preuve erronée a été donnée en 1852, et on a dû attendre 1976 pour une preuve correcte. Pendant plus de cent vingt ans, certains des meilleurs cerveaux mathématiques du monde n'ont pas réussi à prouver l'un des théorèmes mathématiques dont l'énoncé est le plus simple. Il y a eu beaucoup de fausses preuves, et une toute nouvelle branche des mathématiques - connue sous le nom de *théorie des graphes* - a été développée pour essayer de prouver le théorème. Mais, personne n'a réussi à compléter la preuve jusqu'à ce qu'Appel et Haken le fassent en 1976 à l'aide d'un ordinateur. Certaines personnes pensent que, bien que leur preuve soit correcte, c'était de la triche d'utiliser un ordinateur. Qu'en pensez-vous ?

Octaèdre avec des poissons

Un *polyèdre* est une forme fermée dans l'espace 3D avec des faces polygonales, des arêtes droites et des sommets pointus. Des exemples sont le cube ou la pyramide. L'*octaèdre* est un autre exemple (imaginez deux pyramides carrées collées ensemble sur la face carrée). Vous pouvez imaginer l'octaèdre vivant à l'intérieur d'un cube (ses sommets sont les centres des faces du cube. Vous pouvez également imaginer un cube vivant à l'intérieur d'un octaèdre. Le cube et l'octaèdre sont appelés *duals*. Essayez de trouver le dual de la pyramide.
Un polyèdre est dit *convexe*, si vous restez à l'intérieur de l'objet lorsque vous vous déplacez en ligne droite de n'importe quel point de la surface vers tout autre point de la surface. Le cube, la pyramide et l'octaèdre sont des exemples de polyèdres convexes. Les polyèdres peuvent être très différents les uns des autres et peuvent avoir plus ou moins de faces, d'arêtes et de sommets. Cependant, il existe une propriété qui est la même (invariante) pour tous les polyèdres convexes : prenez un polyèdre convexe et que vous comptez son nombre de faces (F), d'arêtes (E) et de sommets (V). Si vous calculez V - E + F, vous obtiendrez toujours le même nombre, à savoir 2, quel que soit le polyèdre que vous avez choisi. Ce nombre est appelé la *caractéristique d'Euler* et ce résultat a été énoncé pour la première fois par le célèbre mathématicien Leohard Euler en 1758. Remarque: La caractéristique d'Euler peut être différente de 2 pour les polyèdres non convexes, s'ils ont un ou plusieurs trous. Pour les polyèdres convexes, les trous ne sont pas possibles.

Autres Options :

- Jouez au jeu MatchTheNet: https://www.matchthenet.de/
- Construisez d'autres polyèdres en utilisant ces plans https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-nets.pdf
- Regardez ces polyèdres et créez des plans correspondants : https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-images.pdf
- Découvrez le cours Mathigon sur les polyèdres : https://mathigon.org/course/polyhedra/polygons
- Adoptez un polyèdre : https://www.polytopia.eu/en/

Pavages

Un *pavage* est un recouvrement d'une surface plane (idéalement un plan infini) par des formes (géométriques) appelées *tuiles*, sans espaces ni chevauchements. Si le motif se répète, on parlera de pavage *périodique*. Sinon, le pavage est non périodique. Historiquement, les pavages étaient utilisés dans la Rome antique et dans l'art islamique. Les motifs formés par des pavages périodiques peuvent être classifiés en 17 groupes, appelés *groupes cristallographiques*.

Autres Options :

- Dessinez votre papier à tapisserie à l'aide d'iOrnament : https://imaginary.github.io/cindyjs-apps/iornament/index.html
- Découvrez le cours Mathigon sur les symétries et les transformations : https://mathigon.org/course/transformations/introduction

Les ponts de Königsberg

Leonard Euler est l'un des premiers mathématiciens à avoir réfléchi aux graphes et aux réseaux. Il était intrigué par un vieux problème concernant la ville de Königsberg près de la mer Baltique (aujourd'hui Kaliningrad en Russie). Dans le cas de Königsberg, il semble impossible de trouver un itinéraire passant par tous les ponts exactement une fois, mais c'est possible pour d'autres villes. Le problème est étroitement lié au dessin d'une figure (d'un graphe) sans lever le stylo et sans tracer la même ligne plus d'une fois. Chacune des cartes de ville données peut être convertie en graphe avec des arêtes et des sommets: chaque île ou région de terre est représentée par un sommet et chaque pont reliant deux régions est représenté par une arête entre ces deux sommets. Seules les connexions entre sommets sont pertinentes, le graphe peut sinon être déformé de quelque manière que ce soit, les lignes n'ont pas besoin d'être droites.

Autres Options :

Demandez aux enfants de créer différents graphes, puis d'essayer de déterminer ceux qui peuvent être dessinés d'un seul trait continu. Cela aide de connaître le degré de chaque sommet d'un graphe (nombre d'arêtes qui se rencontrent à ce sommet). Grâce à la discussion, le groupe peut trouver des règles qui doivent être satisfaites par un graphe pour qu'il puisse être tracé d'un seul trait continu. Par exemple : le graphe doit être connexe. Au maximum deux sommets peuvent avoir un degré impair. S'il y a des sommets de degré impair, le chemin doit commencer à l'un d'eux et/ou se terminer à l'autre.

Un chemin qui visite chaque arête d'un graphe exactement une fois (un sommet peut être visité plusieurs fois) est appelé *chemin eulérien*. Si le chemin commence et se termine au même sommet, il est appelé *cycle eulérien*. Un théorème d'Euler s'énonce ainsi: *Un graphe connexe a un cycle d'Euler si et seulement si chaque sommet a un degré pair*. Il a été prouvé en 1873 par Carl Hierholzer.

Essayez la version en ligne : https://mathigon.org/course/graph-theory/bridges.

Plier et couper

Le théorème sous-jacent de Demaine et al s'énonce: pour chaque graphe du plan dont les arêtes sont des segments de droites, il existe un pliage permettant de couper le graphe avec un seul coup de ciseau. Ainsi, il est possible de couper des polygones (éventuellement non convexes), des unions de plusieurs polygones disjoints, des polygones imbriqués, des polygones adjacents et même des segments de droite isolés. Plus d'information à : http://erikdemaine.org/foldcut/

Crédits and Licence :

L'activité *Cartes à colorier* est basée sur une activité de Rod Pierce. Les images du modèle sont utilisées avec sa permission. L'activité originale se trouve sur le site Web *Math is Fun* www.mathsisfun.com.

L'octaèdre avec poissons et les pavages ont été créés par Robert Fathauer et sont utilisés avec sa permission.

L'activité des ponts de Königsberg est basée sur un cours de Mathigon

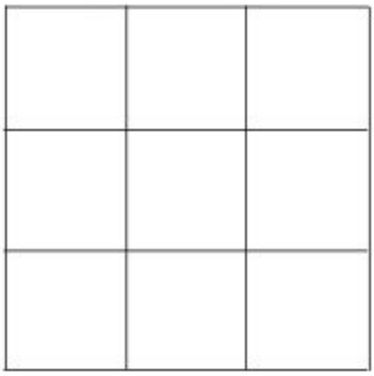
www.mathigon.org. Les images des cartes sont utilisées avec la permission de Philipp Legner.

L'activité *Plier et couper* est basée sur la description d'Eric Demaine donnée ici : http://erikdemaine.org/foldcut/ Les modèles de cette activité ont été créés par Christiane Rousseau.

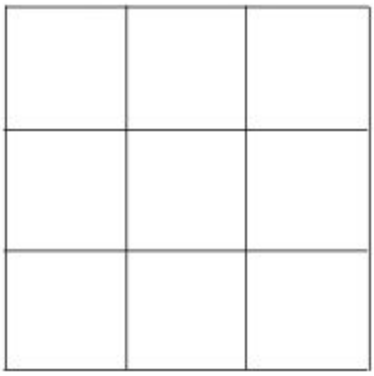
© 2020 IMAGINARY gGmbH

Modèles de cartes à colorier (page 1 de 3)

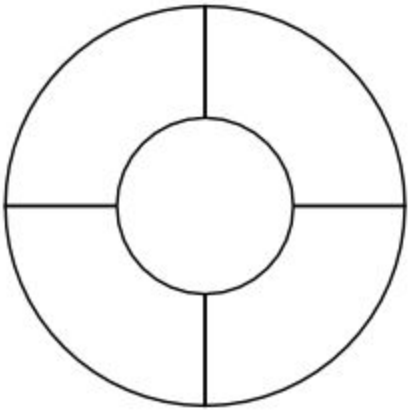
Essayez différentes couleurs pour la même figure ou coloriez une seule d'entre elles :



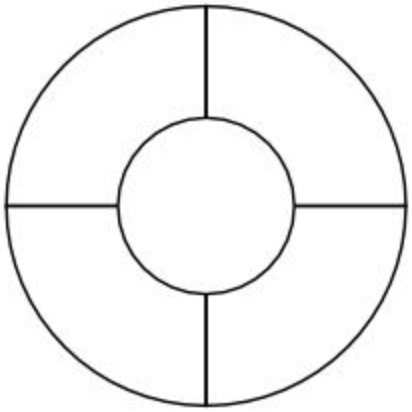
de couleurs : ____



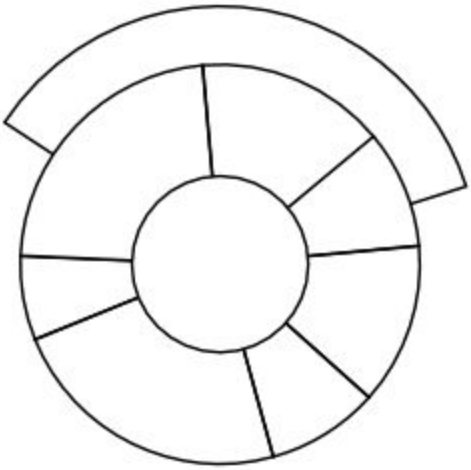
de couleurs : ____



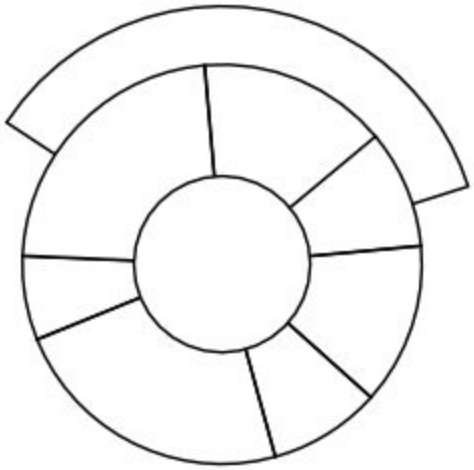
de couleurs : ____



de couleurs : ____



de couleurs : ____

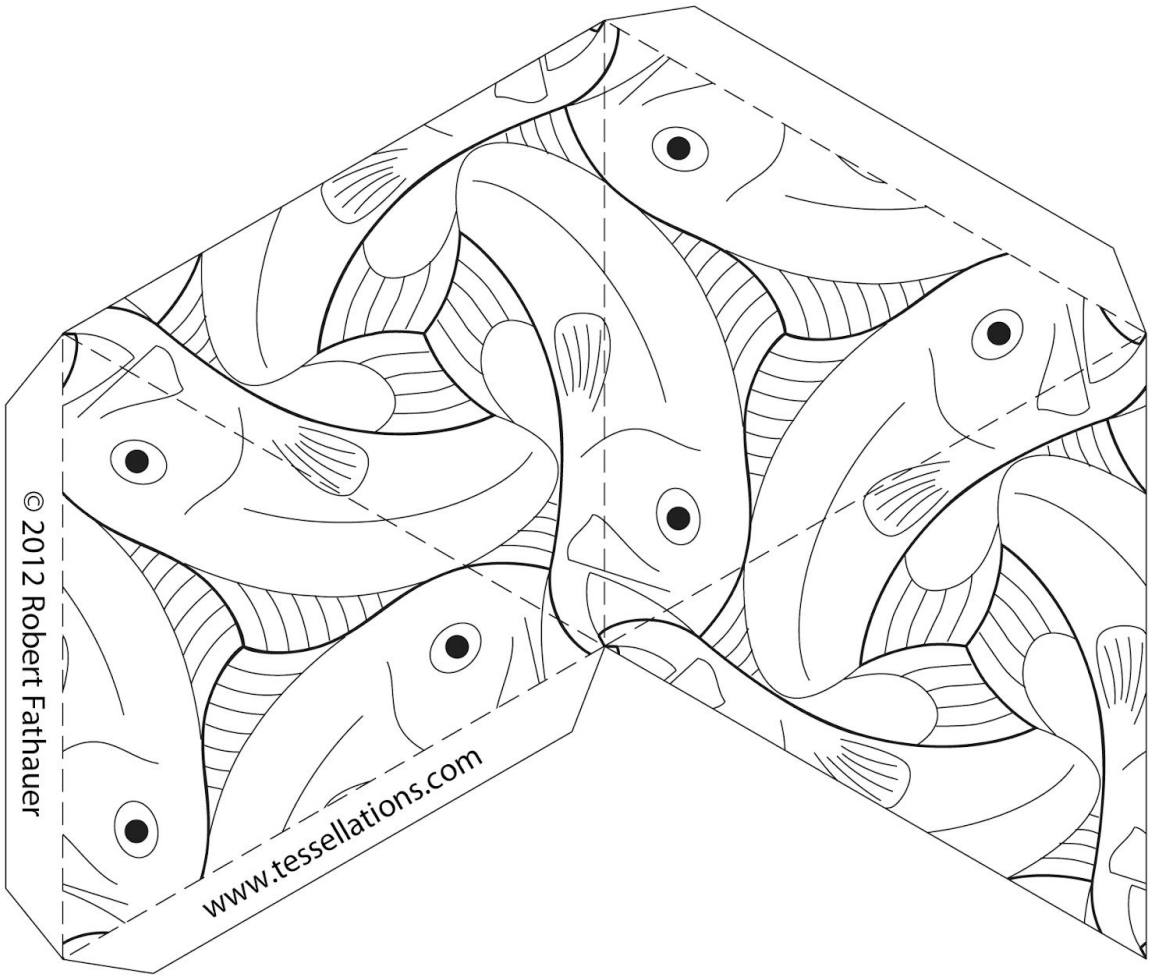


de couleurs : ____

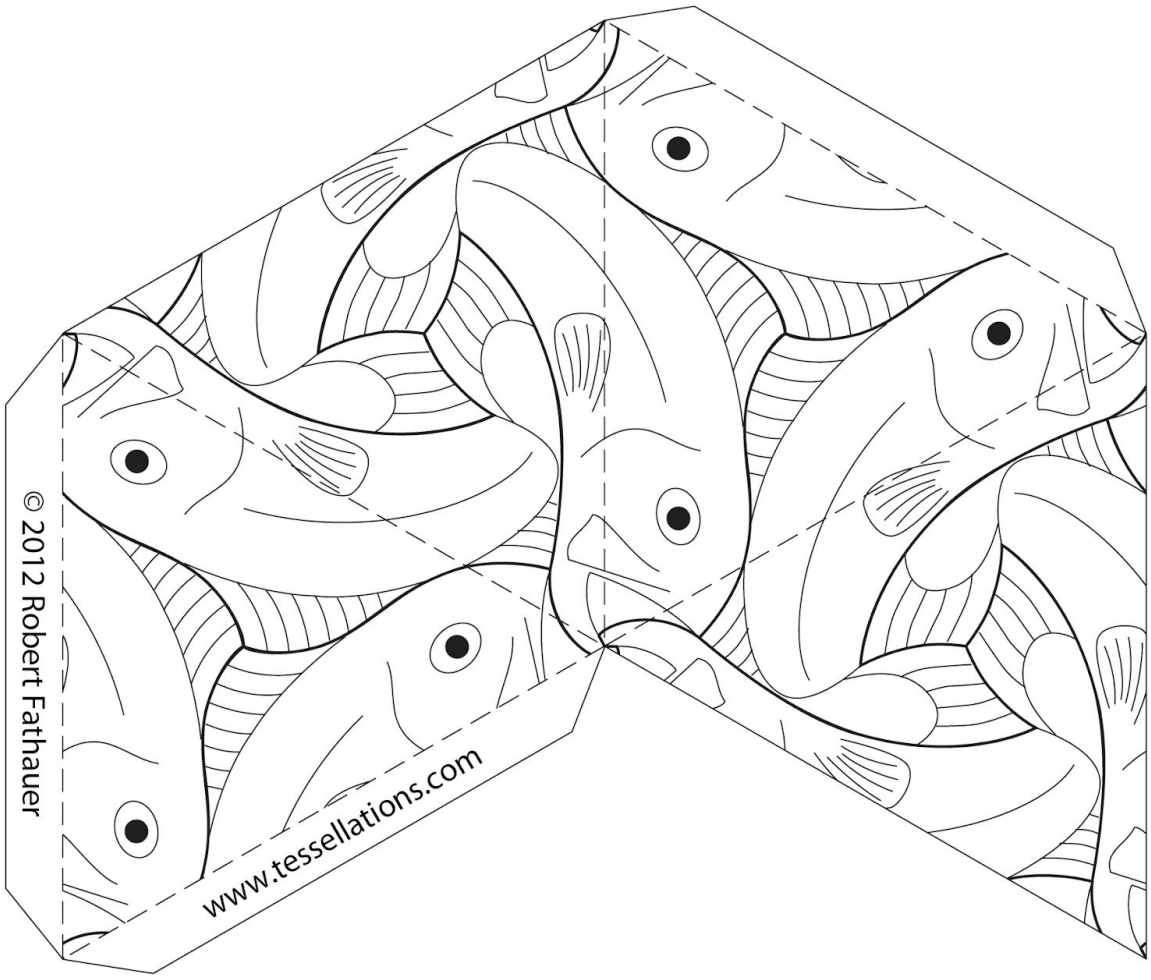
Modèles de cartes à colorier (page 2 de 3)

Modèles de cartes à colorier (page 3 de 3)

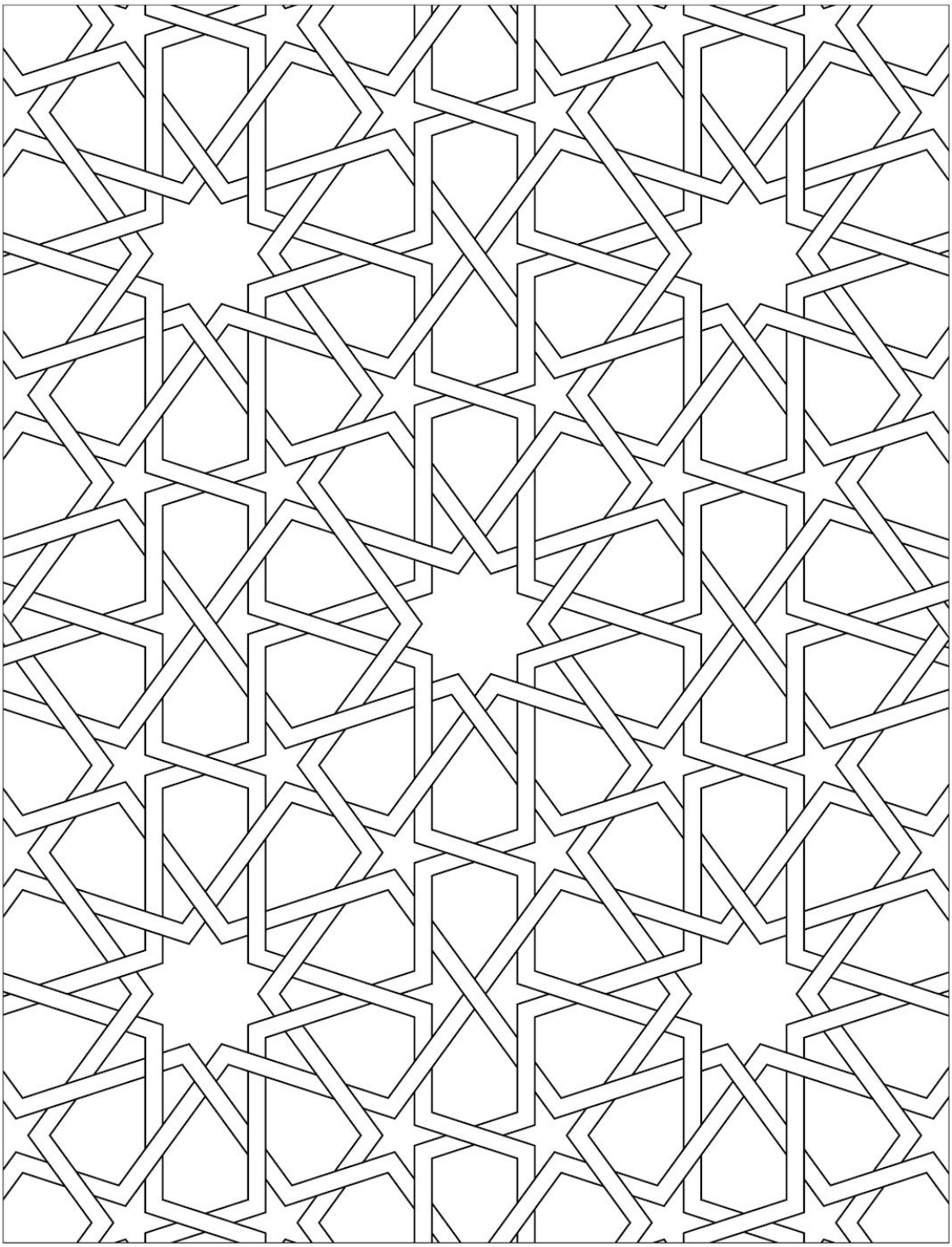
Plan pour l’octaèdre avec poissons (page 1 de 2)



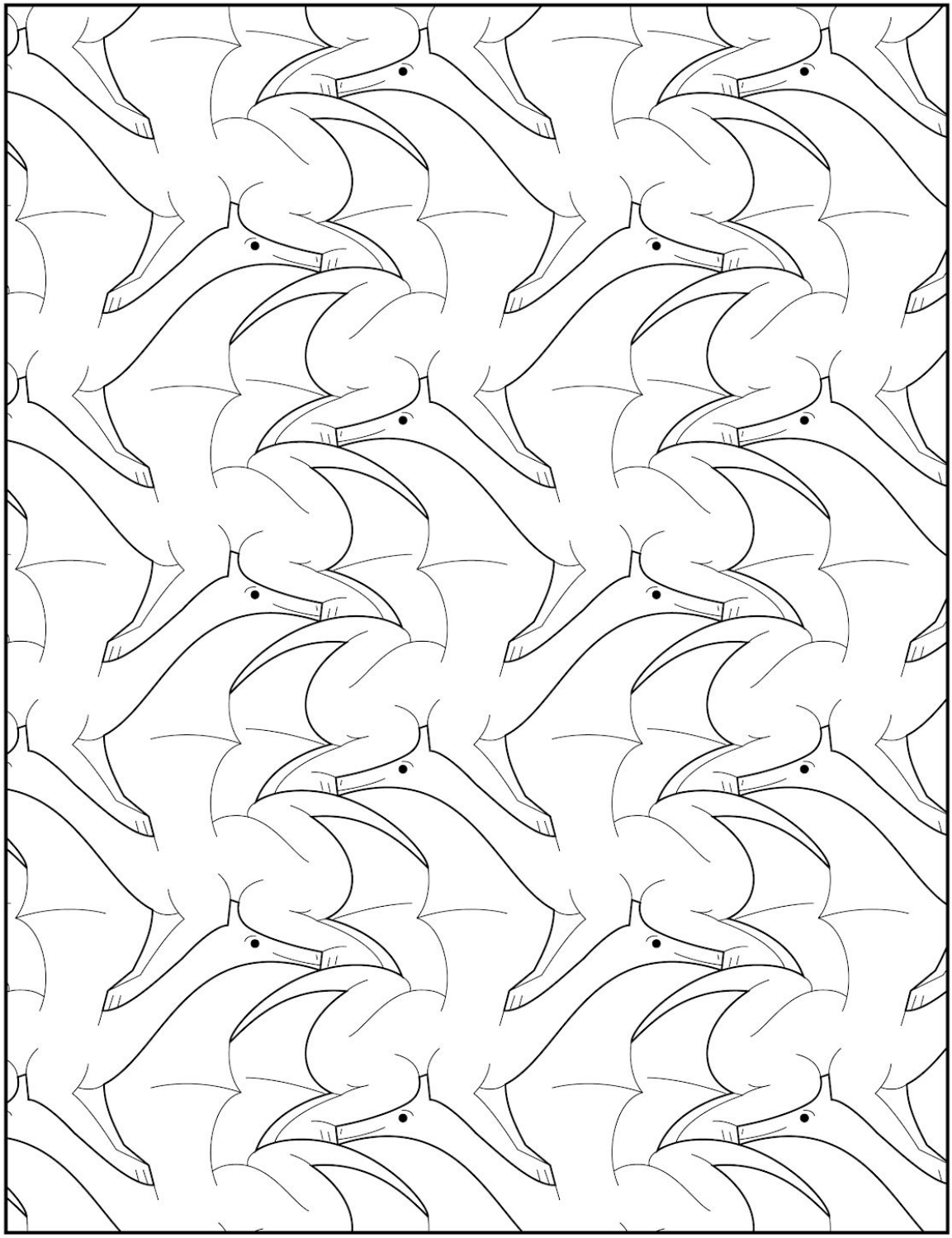
Template for Fish Octahedron (page 2 of 2)



Modèles de pavages (page 1 de 2)

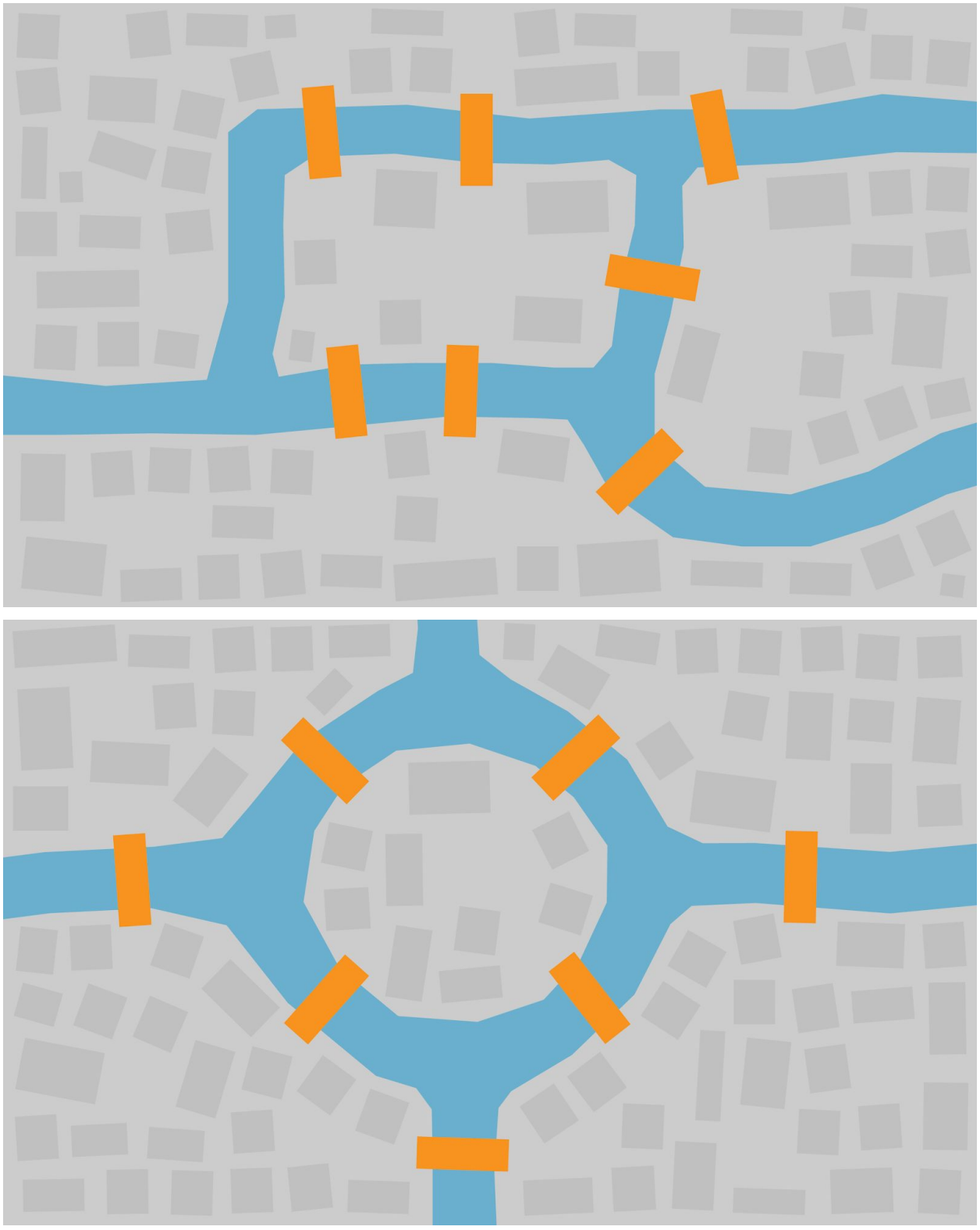


Modèles de pavages (page 2 de 2)

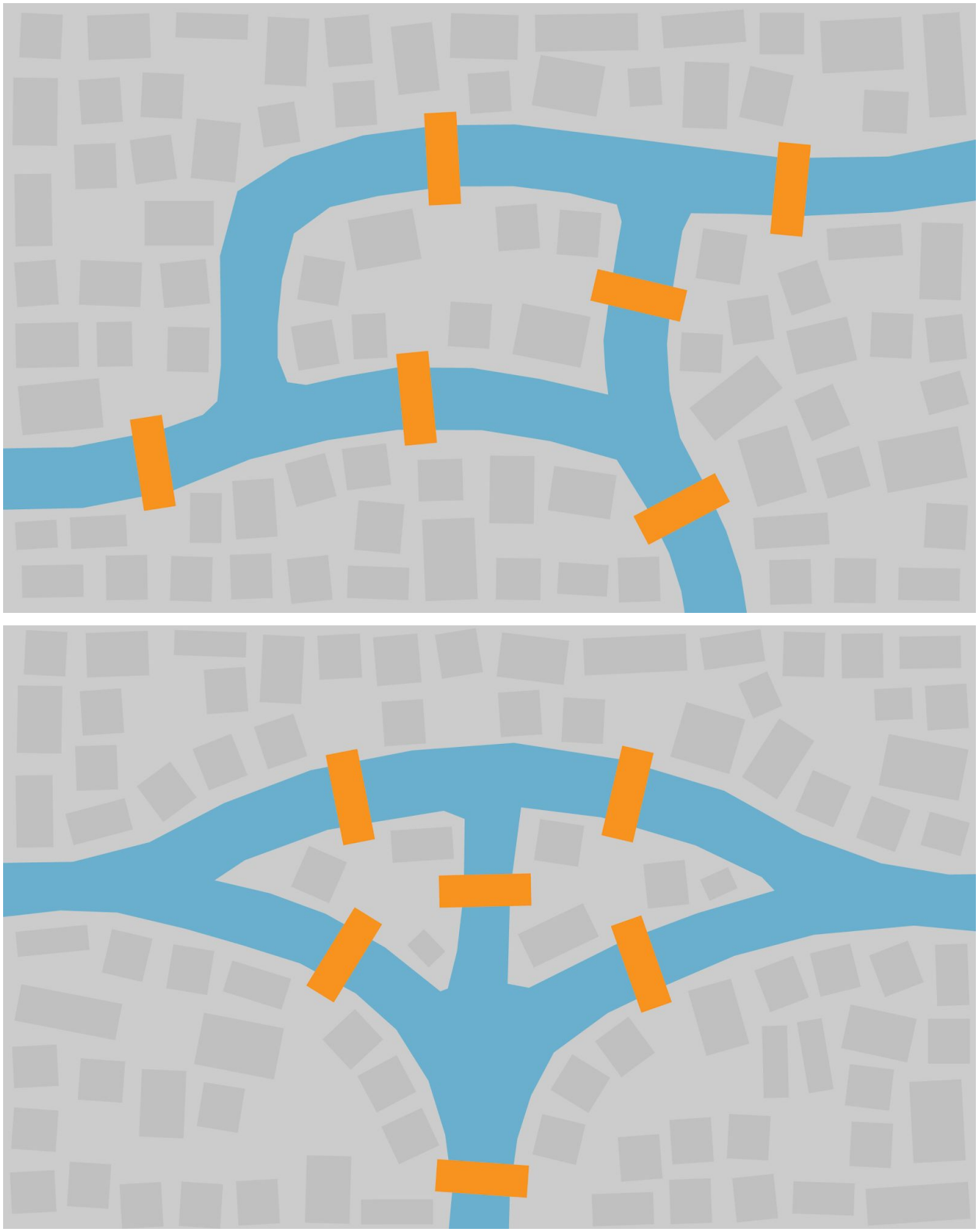


www.tessellations.com "Dragons" © 2003 Robert Fathauer

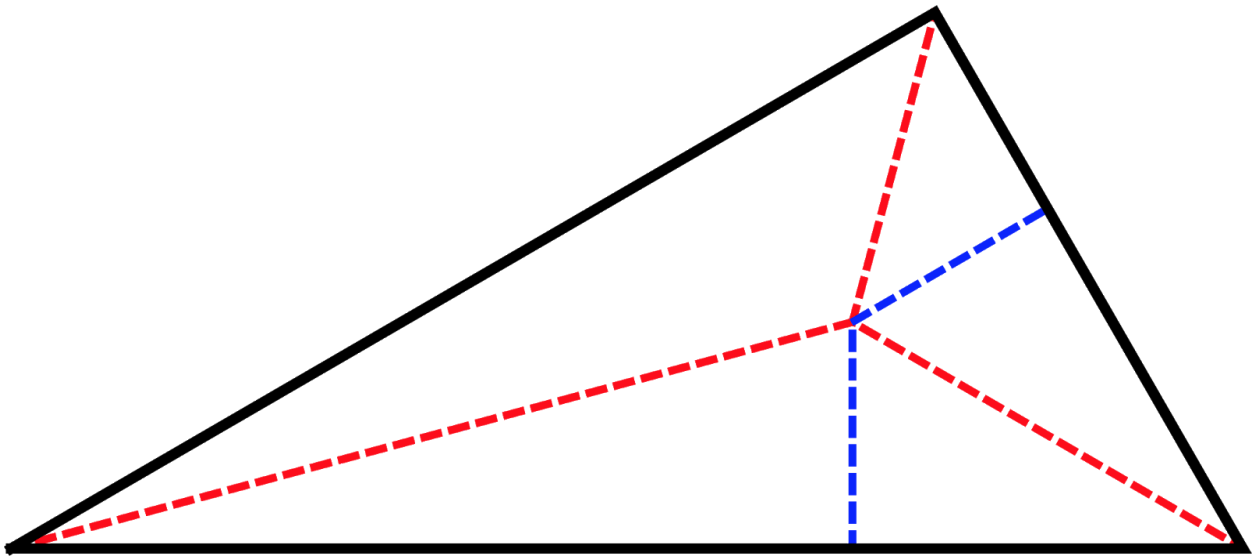
Exemples pour les ponts de Königsberg (page 1 de 2)

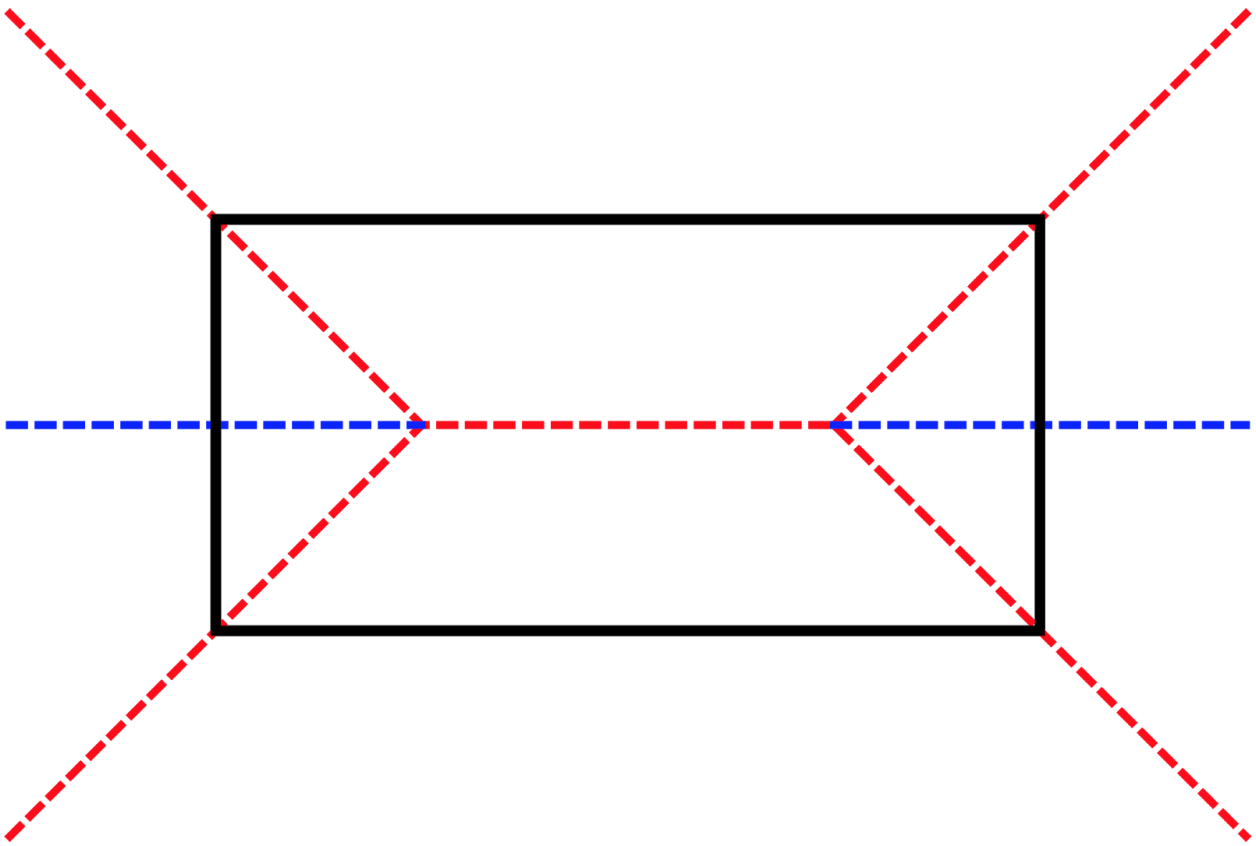


Exemples pour les ponts de Königsberg (page 2 de 2)

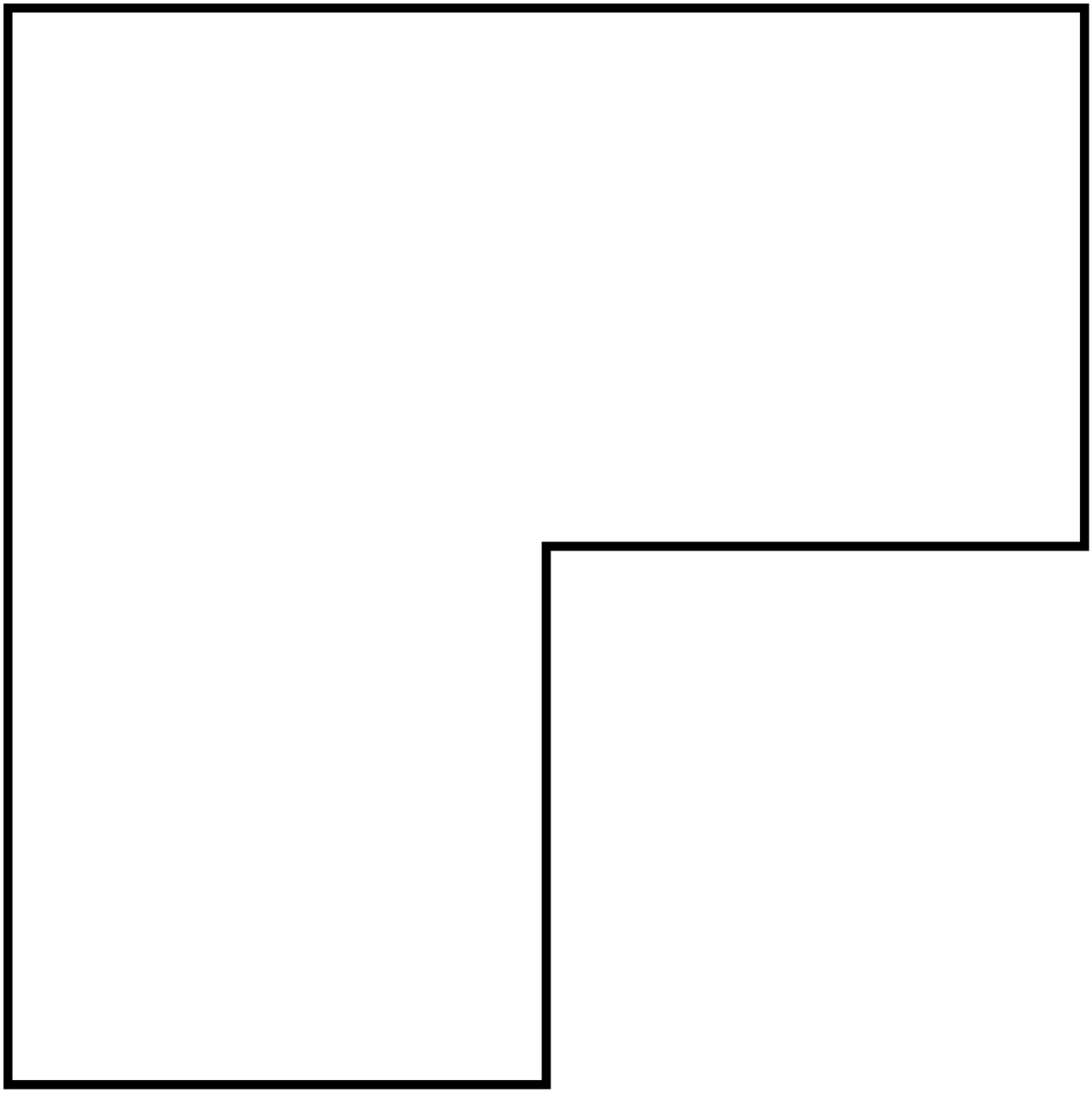


Exemples pour *Plier et couper*

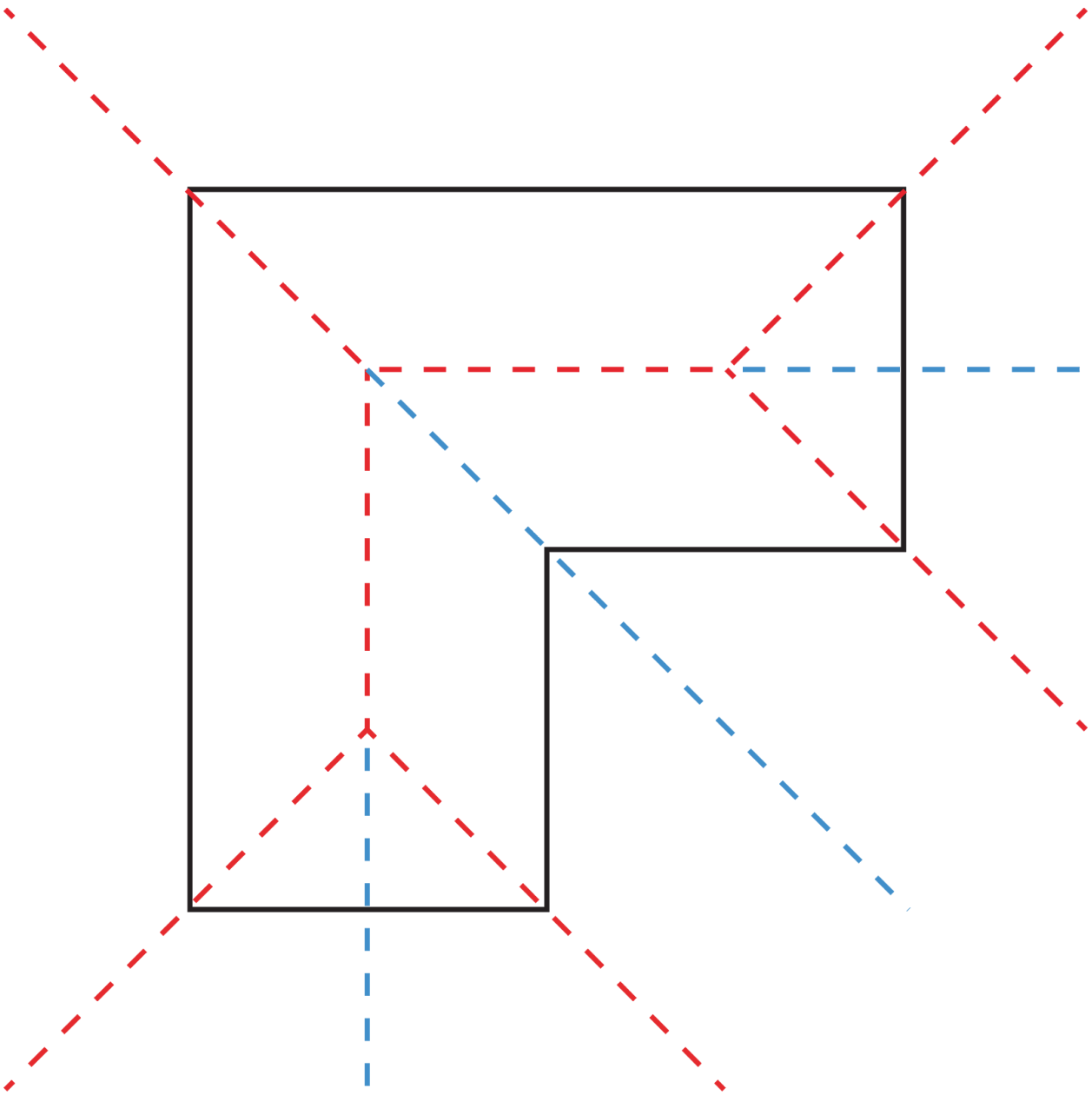




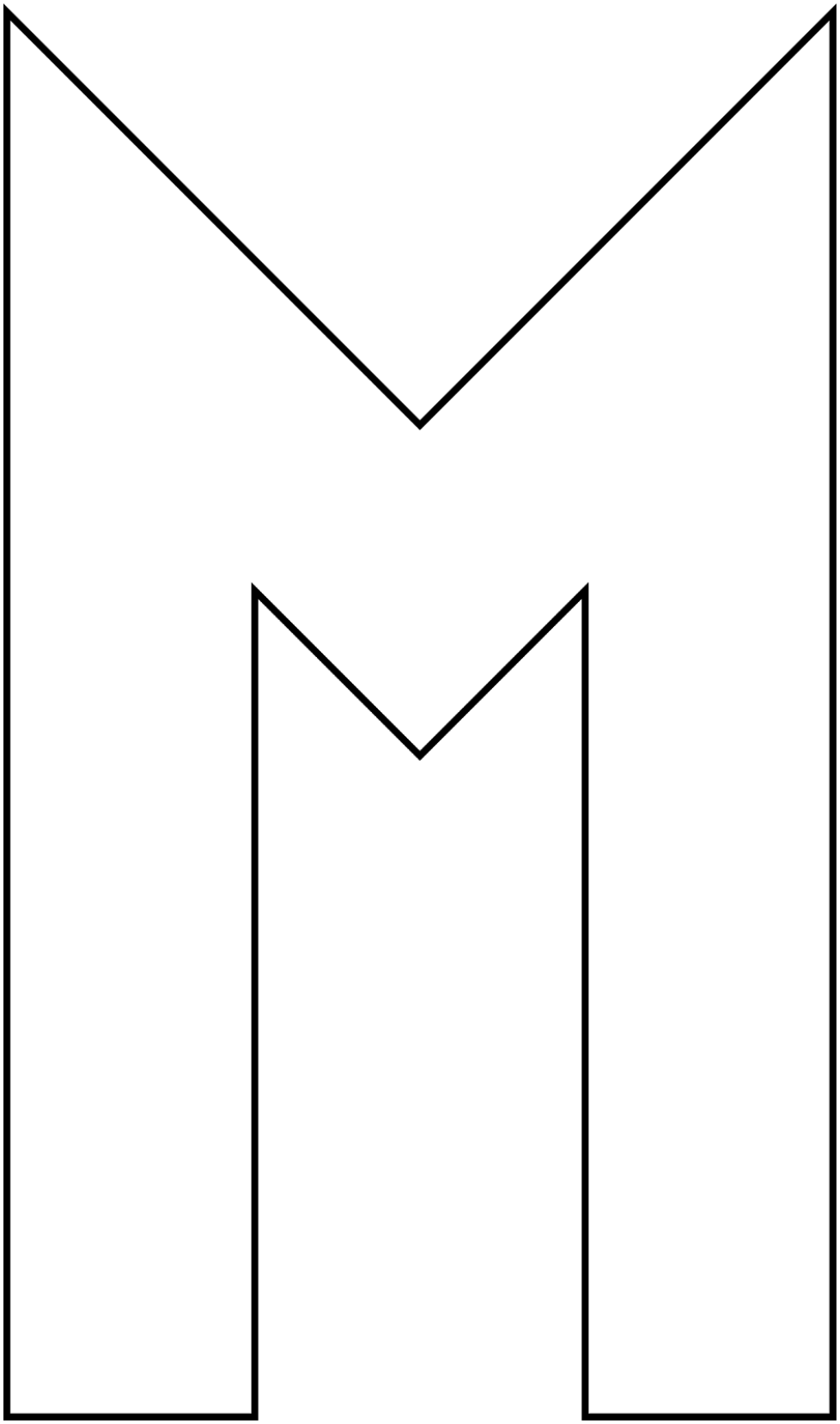
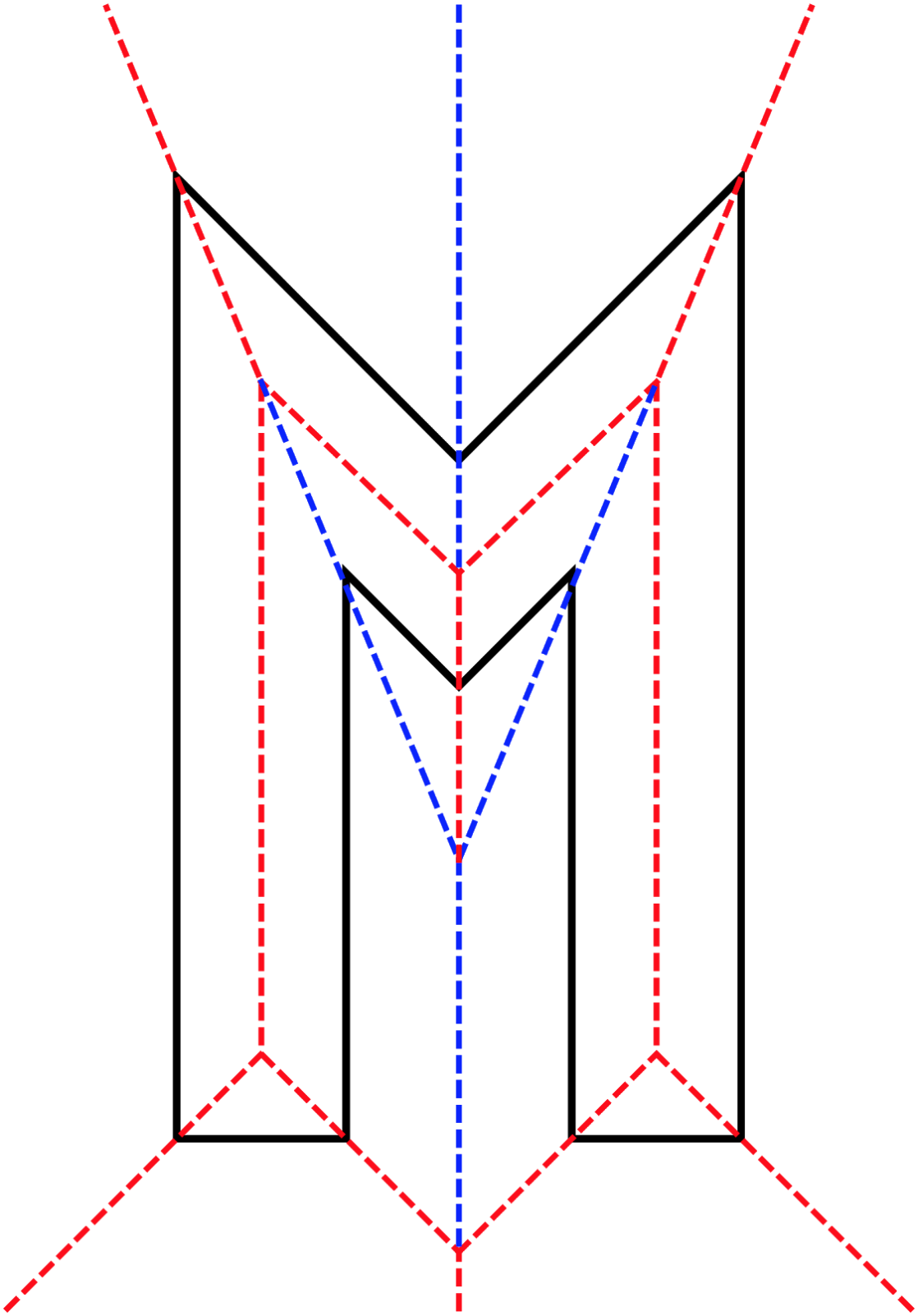
Exemples pour *Plier et couper*



Exemples pour *Plier et couper*



Exemples pour *Plier et couper*



Exemples pour *Plier et couper*