Actividades en papel

En este documento, encontrarás varias actividades que utilizan papel:

1. Mapas para colorear
2. Pez-Octaedro
3. Mosaicos
4. Puentes de Königsberg
5. Doblar y cortar

Participantes:

De 10 a 12 años o más (según la actividad).
No se requieren conocimientos matemáticos previos.

Preparativos:

Plantillas impresas (una para cada participante), lápices de colores.
Algunas actividades requieren tijeras y pegamento o cinta adhesiva.

Actividad 1. Mapas para colorear

Las reglas para colorear diferentes regiones son:

- Dos secciones que comparten un borde común no se pueden colorear con el mismo color.
- Se debe usar la menor cantidad de colores posible.

Los participantes tienen que colorear cada figura siguiendo las reglas.

Opciones:

- Tener mapas locales impresos a mano.
- Jugar con esta aplicación interactiva con mapas para colorear: https://mathigon.org/course/graph-theory/map-colouring

Actividad 2. Pez-Octaedro:

La plantilla proporciona el desarrollo plano (en dos partes) de un octaedro decorado con peces teselados. Imprime dos copias, corta a lo largo de las líneas continuas y dobla por las líneas punteadas. Colorea si lo deseas y pega o une con cinta adhesiva las dos mitades.

Como profesor, o profesora, puedes introducir el concepto de poliedro (vértices, aristas, caras) y encontrar ejemplos alrededor.
Algunas preguntas para los alumnos:

- ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene la escultura de papel, y cuántos peces?
- ¿Cuántas bocas se encuentran en cada vértice? ¿Cuántas colas se encuentran y dónde? ¿Dónde se encuentran las aletas? (Dos bocas se encuentran en cada vértice, tres colas en el centro de cuatro caras y tres aletas en el centro de las otras cuatro caras).
- ¿Qué otras esculturas cerradas puedes construir a partir de triángulos (equiláteros)?
- Cuenta el número de caras (C), aristas (A) y vértices (V) de varios poliedros convexos diferentes. (Ordénalos en una tabla visible para todos e intenta que los alumnos encuentren la fórmula de Euler: V - A + C = 2. Puedes dar pistas cuando sea necesario (por ejemplo, solo se usa la suma y la resta)).

Actividad 3. Mosaicos

Los participantes colorean las dos imágenes en la plantilla.

El profesor o profesora puede hablar sobre simetrías, espejos, o preguntar cómo continuaría el patrón después de los bordes. Los y las estudiantes pueden buscar simetrías en las cosas que les rodean, dibujar su propio patrón, crear camisetas con su diseño...

Actividad 4. Puentes de Königsberg

Un río divide una ciudad en áreas separadas conectadas por puentes. ¿Es posible caminar por la ciudad cruzando todos los puentes exactamente una vez (y no más de una vez)? Se permite comenzar y terminar en cualquier lugar, y ambos pueden ser diferentes.
Intenta encontrar una ruta válida dibujando en los mapas provistos.

Actividad: 5. Doblar y cortar:

Toma un trozo de papel, dóblalo varias veces y haz un solo corte completamente recto.
Desdobla las dos piezas de papel.
Ahora piensa: ¿Qué formas se pueden obtener con un corte como ese?
Intenta doblar y cortar algunos de los ejemplos dados en la plantilla.

¡Crea y comparte!
Comparte los dibujos de los participantes y las plantillas adicionales que creaste utilizando el hashtag **# idm314paper** y **# idm314**.

Recursos y explicación matemática:

Mapas para colorear

El teorema de los cuatro colores es uno de los teoremas más famosos de las matemáticas. Establece que cualquier diseño o mapa siempre se puede colorear con cuatro colores (o menos).
Es importante porque se enunció por primera vez en 1852, pero no se demostró hasta 1976. Durante más de ciento veinte años, algunas de las mejores mentes matemáticas del mundo intentaron sin éxito probar uno de los teoremas más simples de las matemáticas. Hubo muchas demostraciones falsas, y se desarrolló una nueva rama de las matemáticas, conocida como teoría de grafos, para tratar de resolver el teorema. Pero nadie pudo probar el teorema hasta que Appel y Haken probaron el teorema en 1976 con la ayuda de un ordenador. Algunas personas piensan que, aunque su prueba era correcta, era una trampa usar un ordenador. ¿Tú qué piensas?

Pez-Octaedro

Un poliedro es una forma cerrada en el espacio tridimensional con caras planas, bordes rectos (aristas) y esquinas puntiagudos (vértices). Por ejemplo el cubo o una pirámide. El octaedro es otro ejemplo (imagina dos pirámides cuadradas pegadas por la cara cuadrada). Puedes imaginarlo encajado dentro de un cubo (con sus vértices tocado el centro de las caras del cubo). También puedes imaginar un cubo encajado similarmente dentro de un octaedro. Dos poliedros que se encajan mútuamente así se llaman duales. Intenta encontrar el dual de una pirámide.
Un poliedro se llama convexo, si al unir dos puntos de la superfiie con un segmento recto, éste segmento atraviesa el poliedro por su interior. El cubo, la pirámide y el octaedro son ejemplos de poliedros convexos. Los poliedros pueden ser muy diferentes entre sí, y pueden tienen muchas o pocas caras, aristas y vértices. Sin embargo, hay una propiedad que es la misma (invariable) para todos los poliedros convexos: toma un poliedro convexo y cuenta sus caras (C), aristas (A) y vértices (V). Si calculas V - A + C, obtendrás siempre el mismo número, el 2, sin importar el poliedro que elegiste. Este número se llama la característica de Euler y fue descrito por primera vez por el famoso matemático Leonhard Euler en 1758. Nota.: La característica de Euler puede ser diferente de 2 para poliedros no convexos, si tienen uno o más agujeros. En los poliedros convexos no puede haber agujeros.

Otras opciones:

- Juega al juego MatchTheNet: https://www.matchthenet.de/
- Construye otros poliedros usando estos desarrollos: https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-nets.pdf
- Observa estas imágenes de poliedros y crea sus desarrollos: https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-images.pdf
- Visita el curso de Mathigon sobre poliedros: https://mathigon.org/course/polyhedra/polygons
- Adopta un poliedro: https://www.polytopia.eu/en/

Mosaicos

Una teselación o mosaico es un patrón en una superficie plana (idealmente un plano que se extiende infinitamente) formado por formas (geométricas) llamadas teselas, sin espacios ni superposiciones. Si el patrón se repite, se llama mosaico periódico. De lo contrario, no es periódico.
Históricamente, las teselaciones se utilizaron en la antigua Roma y en el arte islámico. Los patrones formados por teselaciones periódicas se pueden clasificar en 17 grupos simetría.

Otras opciones:

- Dibuja tu propio mosaico en línea con iOrnament: https://imaginary.github.io/cindyjs-apps/iornament/index.html
- Consulta el curso de Mathigon sobre simetría y transformaciones: https://mathigon.org/course/transformations/introduction

Puentes de Königsberg

Uno de los primeros matemáticos en pensar en grafos y redes fue Leonhard Euler. Estaba intrigado por un viejo problema relacionado con la ciudad de Königsberg, cerca del mar Báltico (ahora Kaliningrado, Rusia). En el caso de Königsberg, parecía ser imposible encontrar una ruta válida a través de todos los puentes de la ciudad, cruzándolos todos exactamente una vez, pero en otras ciudades con ríos sí era posible. El problema está estrechamente relacionado con el problema de dibujar una figura (grafo) sin levantar el lápiz del papel y sin trazar la misma línea más de una vez. Cada mapas de una ciudad con puentes se puede convertir en un grafo con aristas y vértices: cada isla o región de tierra está representada por un vértice y cada puente que conecta dos regiones está representado por una arista correspondiente. Solo las conexiones son relevantes, por lo demás el grafo puede distorsionarse de cualquier manera, y las líneas no tienen por qué ser rectas.

Otras opciones:

Los niños y niñas pueden inventar algunos grafos y luego tratar de determinar cuáles se pueden dibujar con un solo trazo continuo. Para eso, es de ayuda anotar el grado de cada vértice de un grafo (el grado es el número de aristas que se encuentran en ese vértice). A través de una discusión conjunta, el grupo puede llegar a descubrir las condiciones que deben cumplirse en un grafo para poder trazarlo como hemos descrito. Por ejemplo: 1) el grafo debe ser conexo (estar conectado), 2) solo dos vértices pueden tener un grado impar, 3) si hay vértices de grado impar, la ruta debe comenzar en uno de ellos y terminar en el otro.

Un camino que pasa por cada arista de un grafo exactamente una vez (un vértice se puede visitar varias veces) se llama "camino euleriano". Si el camino comienza y termina en el mismo vértice, se llama "ciclo euleriano". El teorema de Euler establece: "Un grafo conexo tiene un ciclo euleriano si y sólo si cada vértice tiene un grado par". Fue demostrado en 1873 por Carl Hierholzer. Prueba la versión en línea aquí: https://mathigon.org/course/graph-theory/bridges.

Doblar y cortar

El teorema es el siguiente: todo diseño (grafo plano) que se pueda hacer cortando un papel con segmentos de líneas rectas se puede hacer también doblando el papel y haciendo un único corte recto. Por lo tanto, es posible hacer polígonos (incluso no convexos), múltiples polígonos disjuntos, polígonos anidados, polígonos adyacentes e incluso cortes como un segmento flotante.
Encuentre más información aquí: http: // erikdemaine.org/foldcut/

Créditos y licencia

La actividad “Mapas para colorear” se basa en una actividad de Rod Pierce. Las imágenes en la plantilla se usan con su permiso. La actividad original se puede encontrar en el sitio web Math is Fun www.mathsisfun.com.

Las plantillas del “Pez-Octaedro” y los “Mosaicos” fueron creadas por Robert Fathauer y se usan con su permiso.

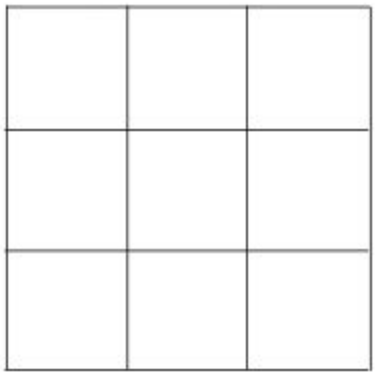
La actividad de los “Puentes de Königsberg” se basa en un curso de Mathigon www.mathigon.org. Las imágenes de los mapas se utilizan con permiso de Philipp Legner.

La actividad de “Doblar y cortar” se basa en la descripción de Eric Demaine dada aquí: http://erikdemaine.org/foldcut/ Las plantillas para esta actividad fueron creadas por Christiane Rousseau.

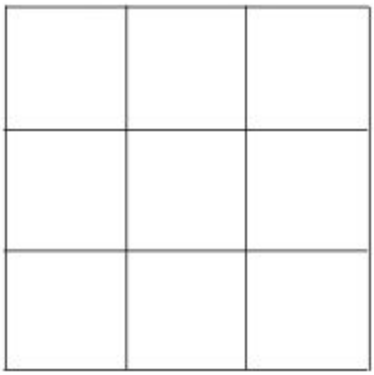
© 2020 IMAGINARY gGmbH

Plantilla de Mapas para Colorear (página 1 de 3)

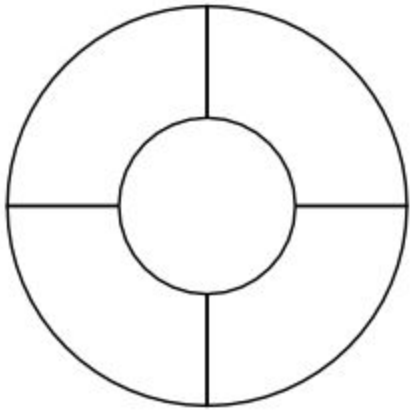
Prueba diferentes colores para la misma figura o colorea sólo uno de ellos:



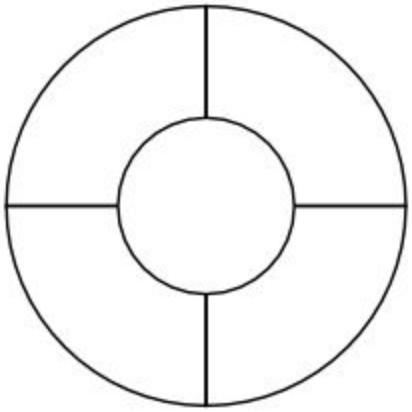
de colores: ____



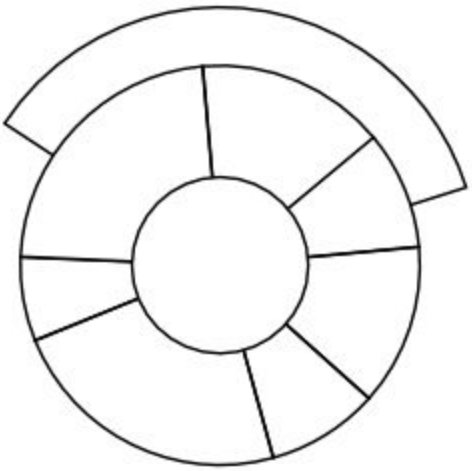
de colores: ____



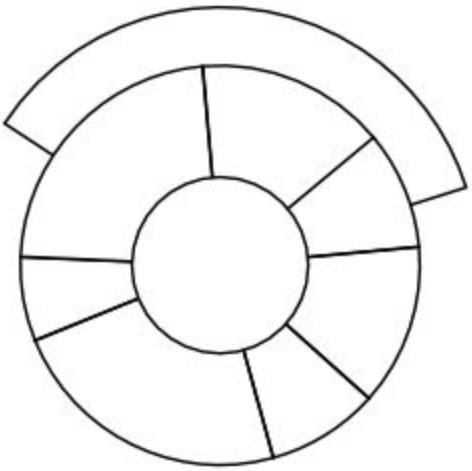
de colores: ____



de colores: ____



de colores: ____

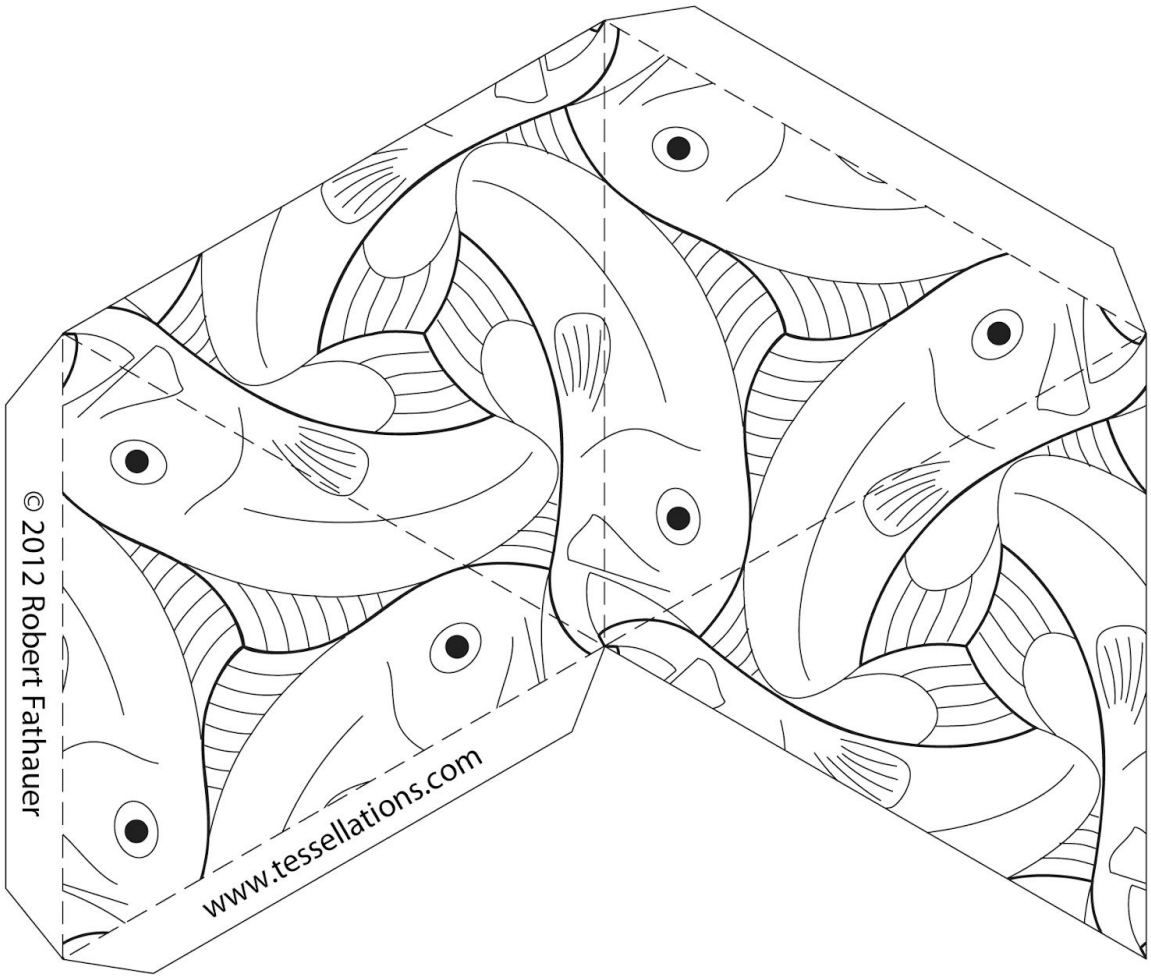


de colores: ____

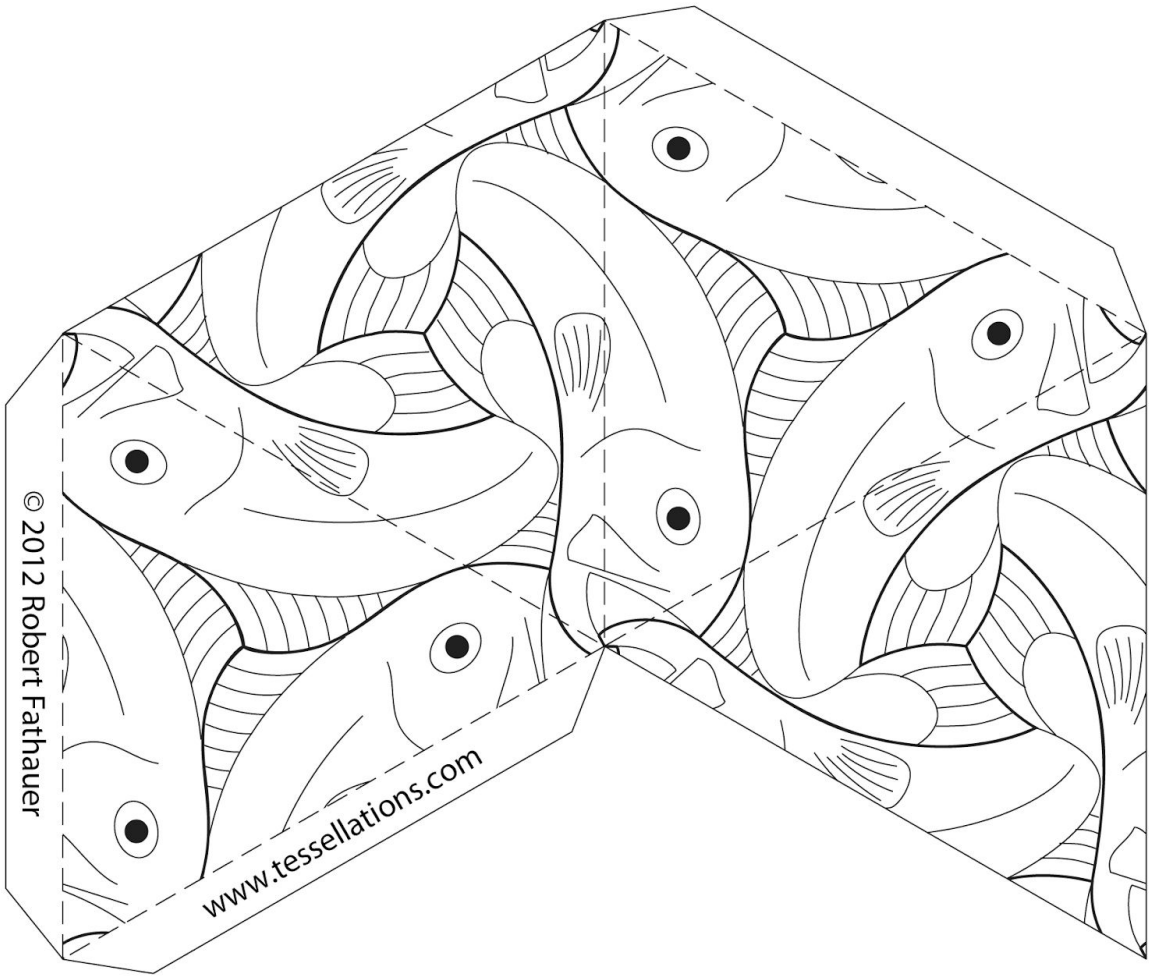
Plantilla de Mapas para Colorear (página 2 de 3)

Plantilla de Mapas para Colorear (página 3 de 3)

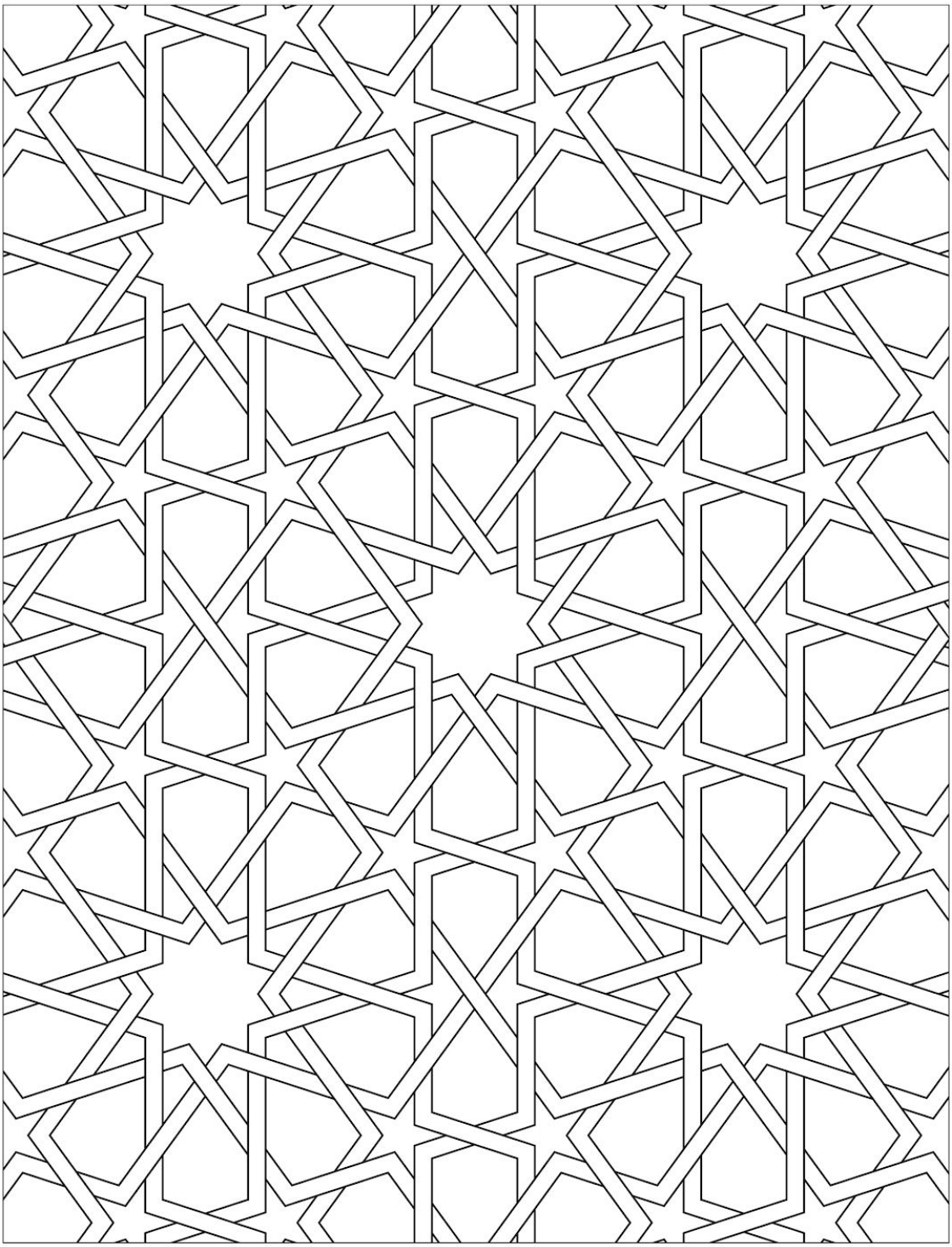
Plantilla para el Pez-Octaedro (página 1 de 2)



Plantilla para el Pez-Octaedro (página 2 de 2)

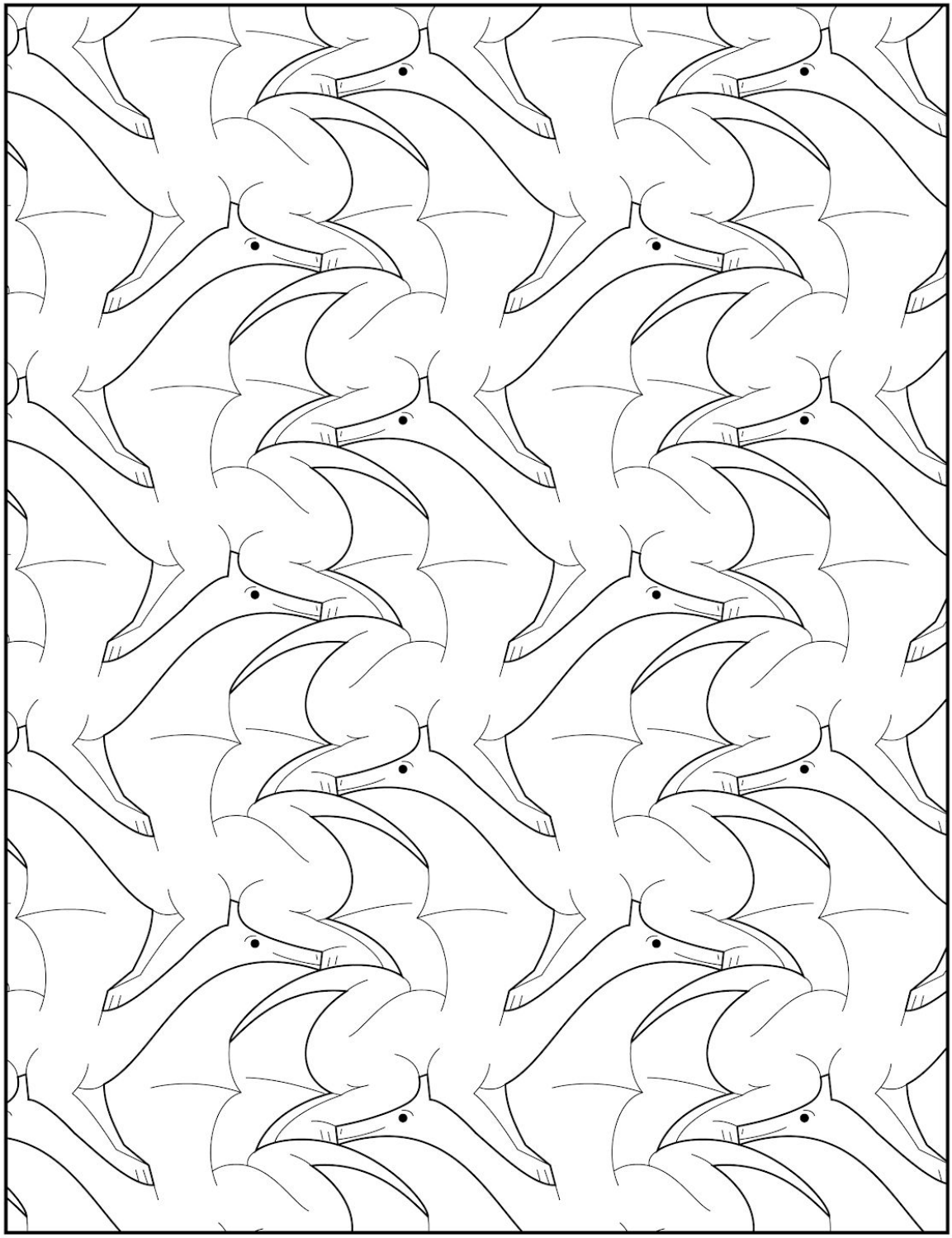


Plantilla para el Mosaico (página 1 de 2)



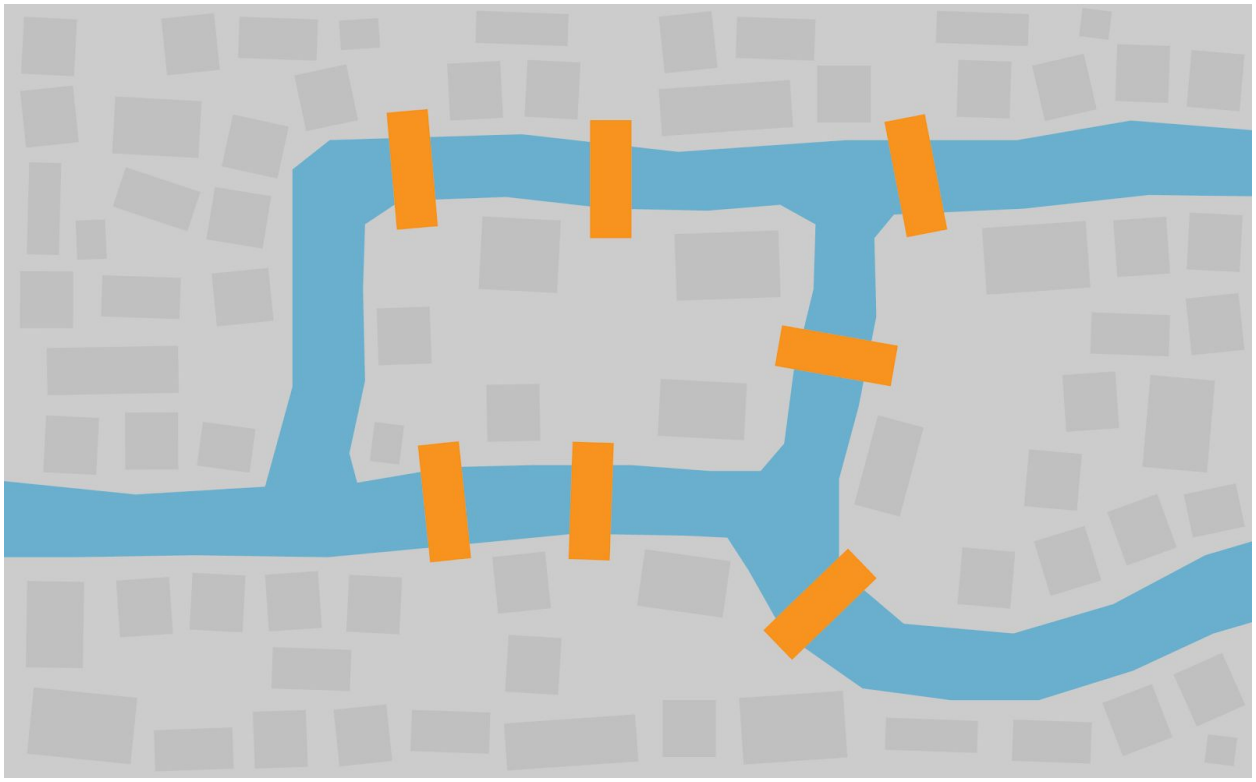
www.tessellations.com

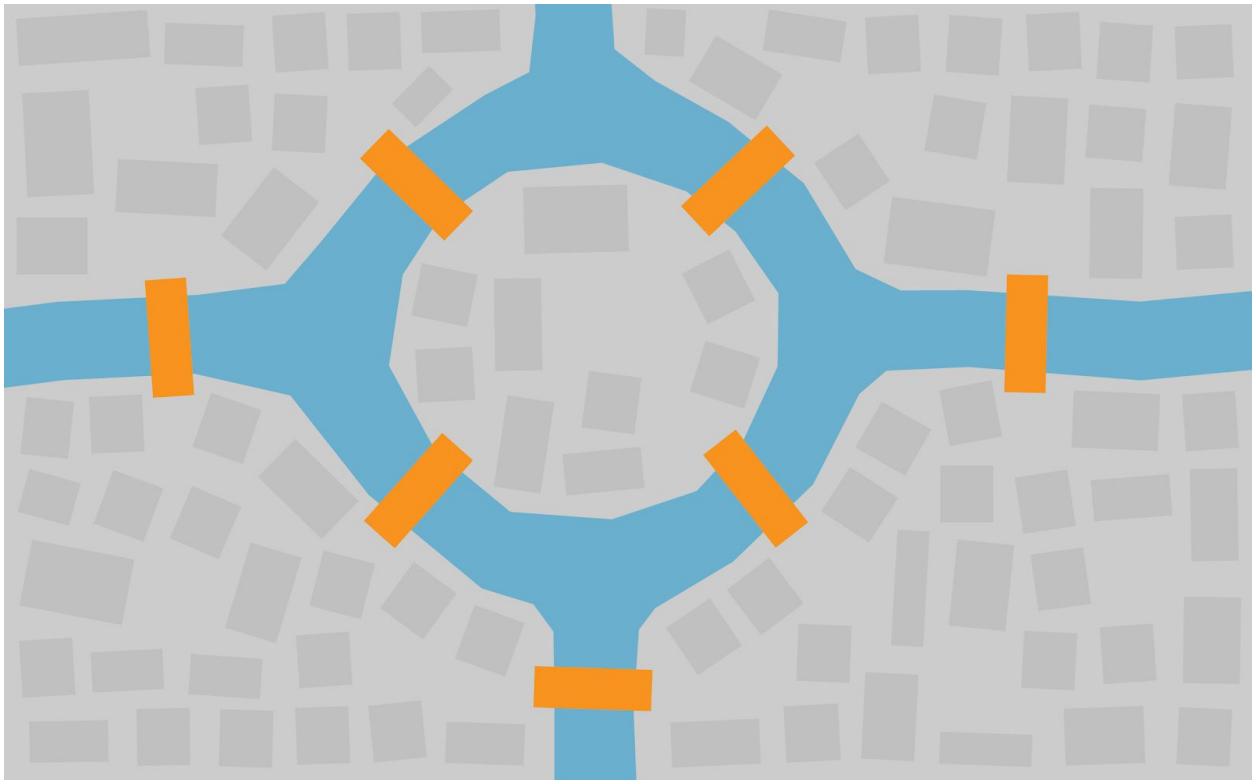
Plantilla para el Mosaico (página 2 de 2)



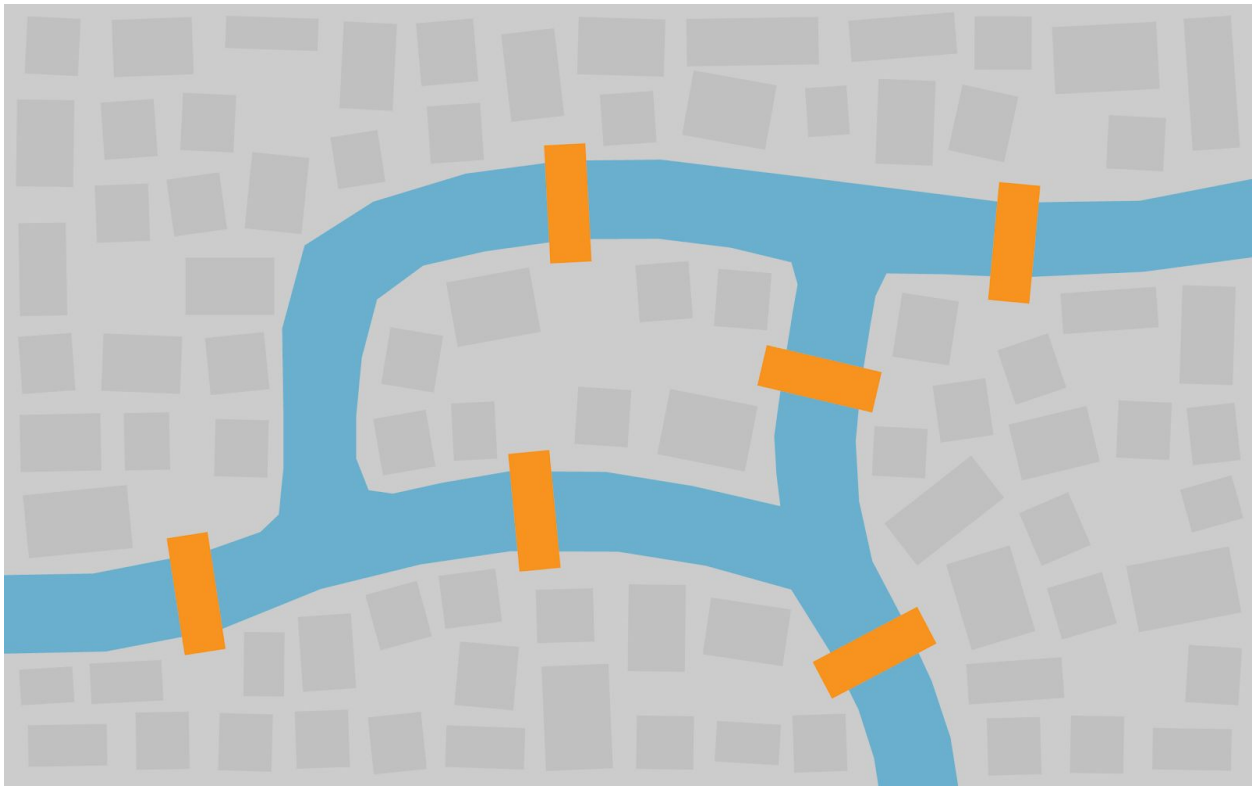
www.tessellations.com "Dragons" © 2003 Robert Fathauer

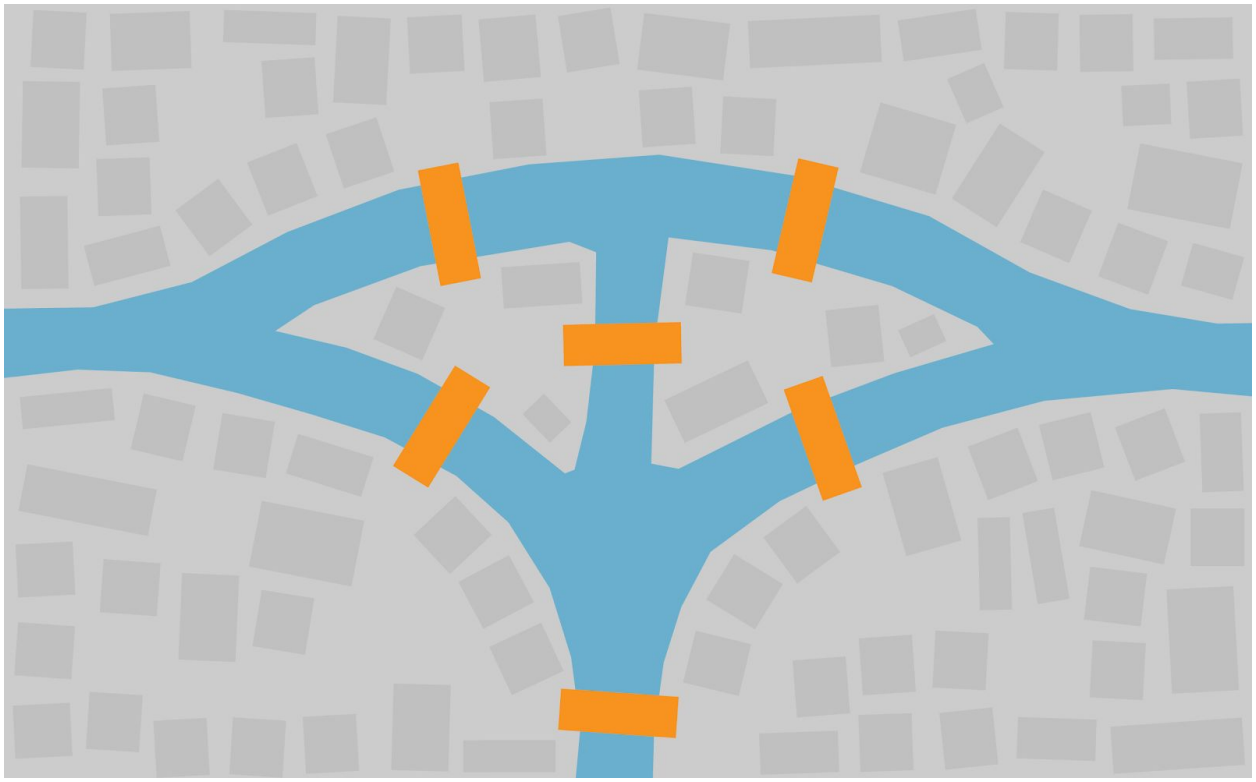
Plantilla para los Puentes de Königsberg (página 1 de 2)



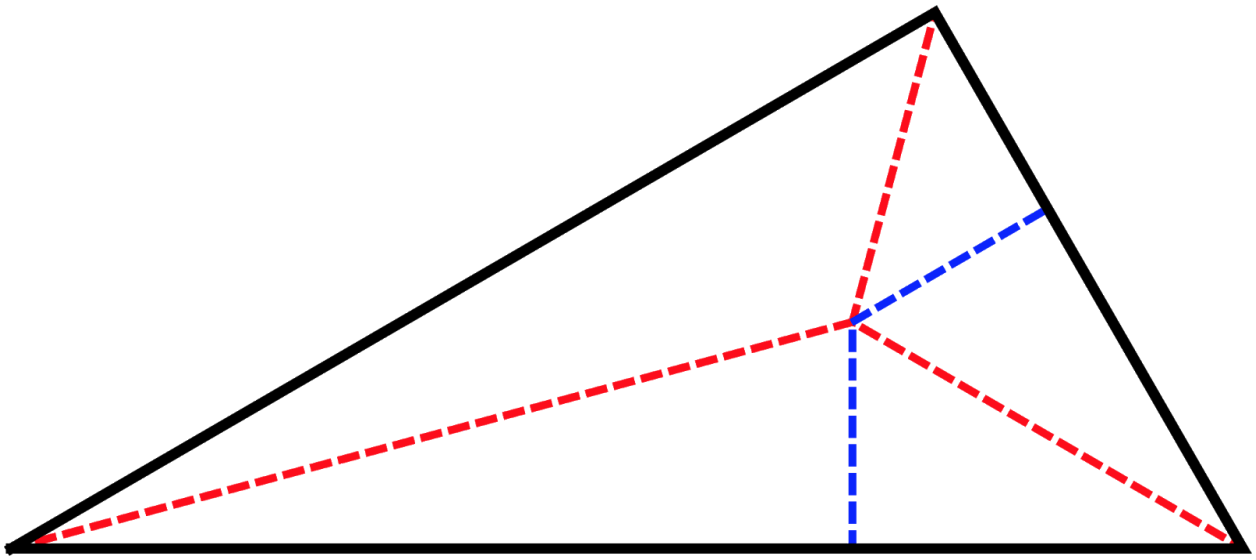


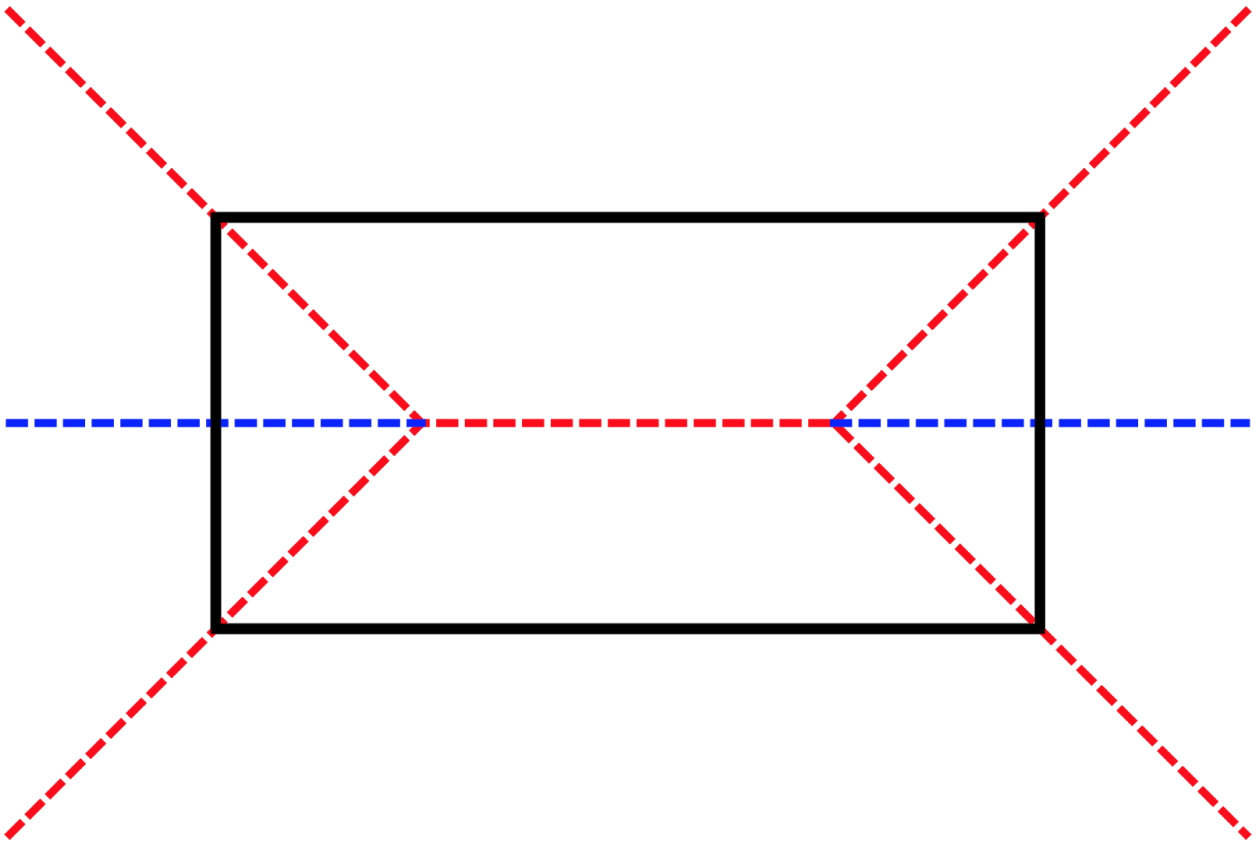
Plantilla para los Puentes de Königsberg (página 2 de 2)



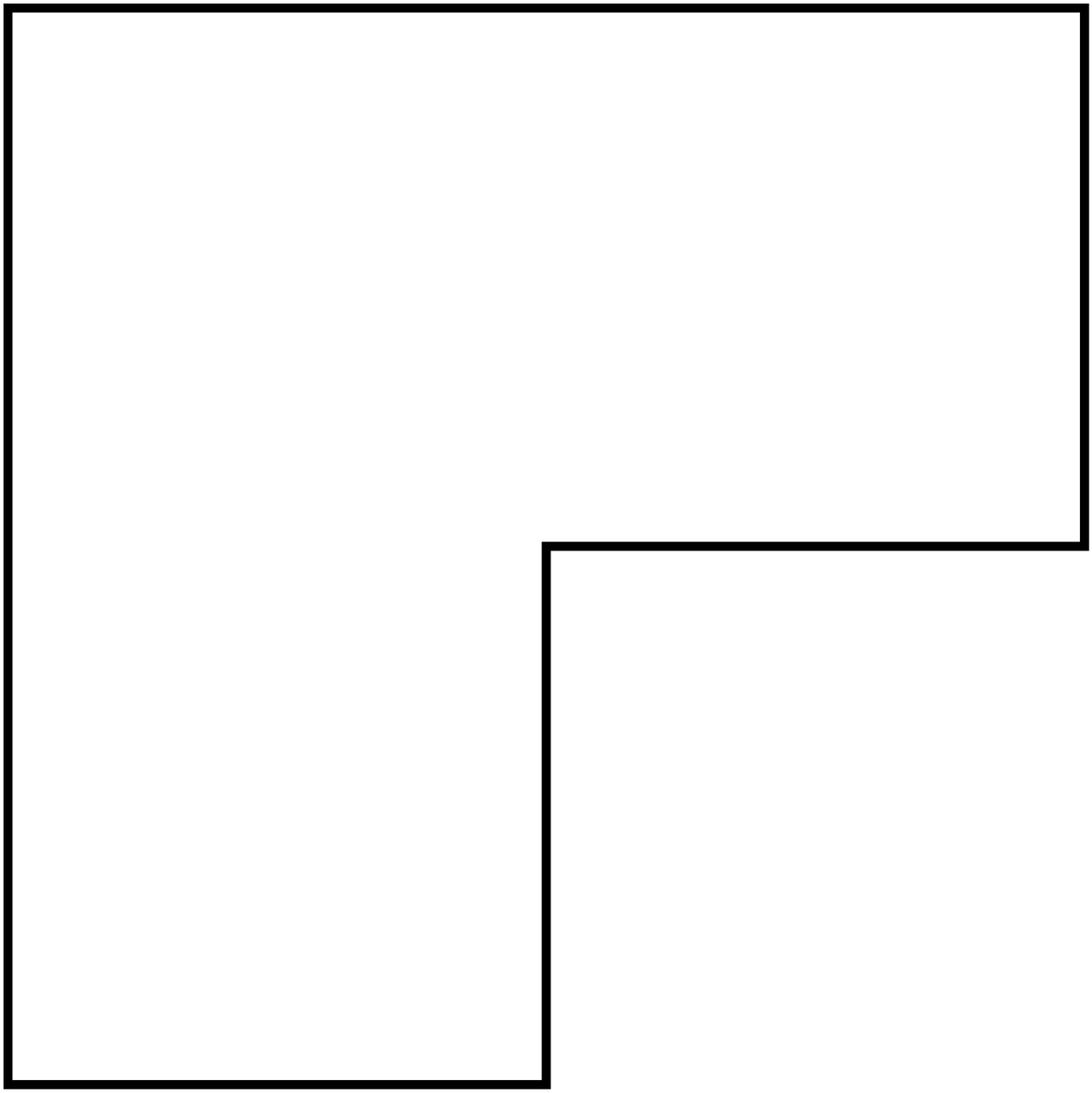


Plantilla para Doblar y Cortar

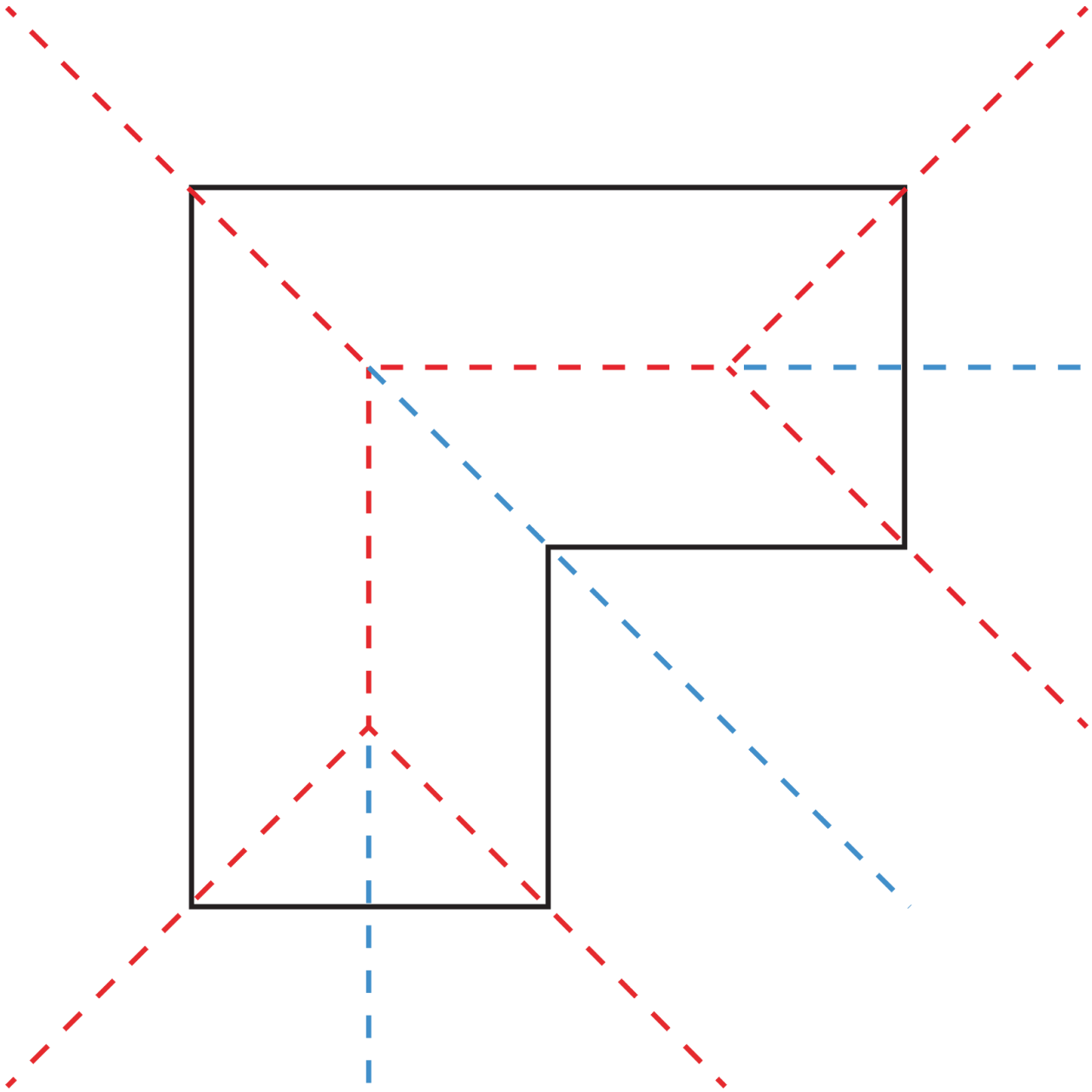




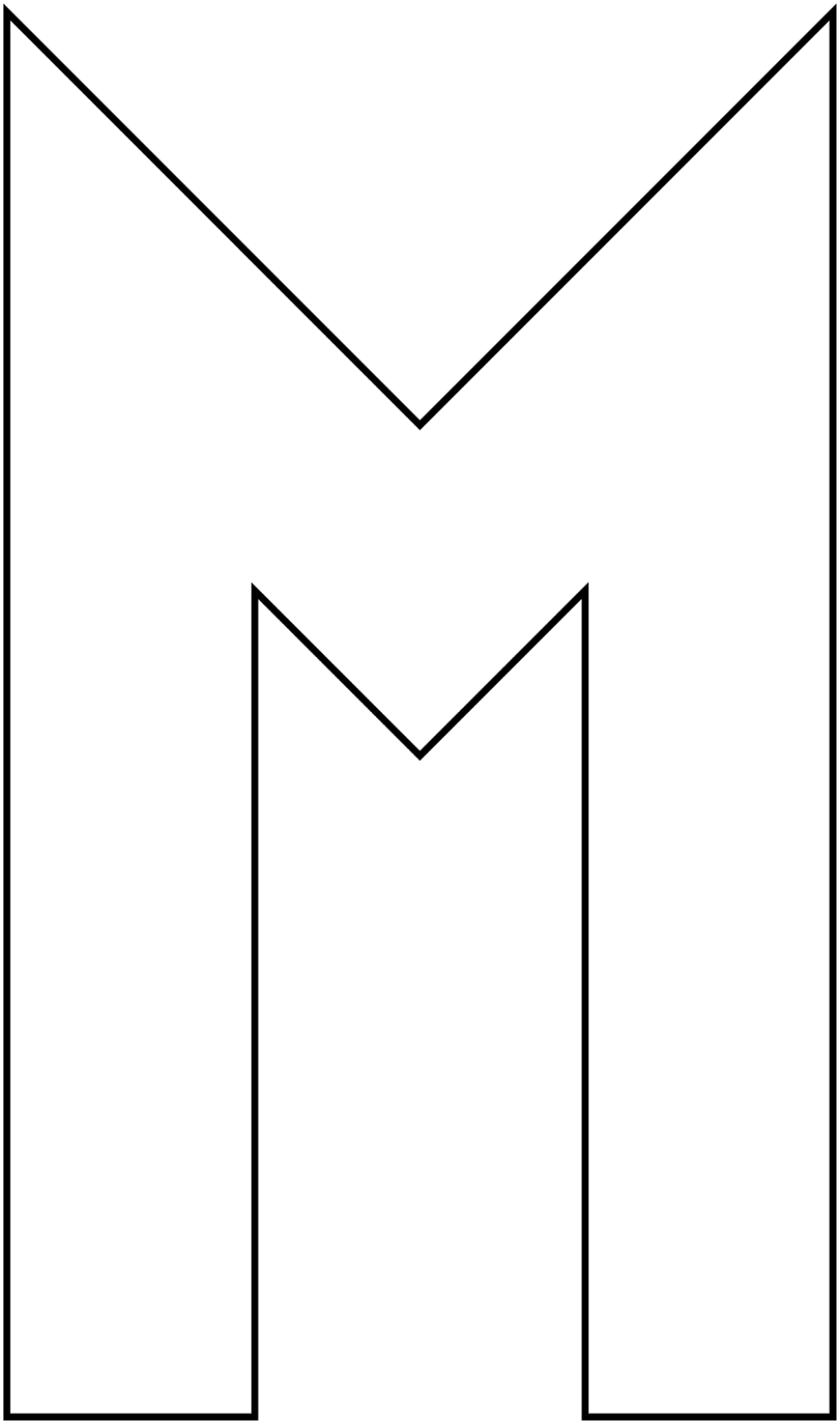
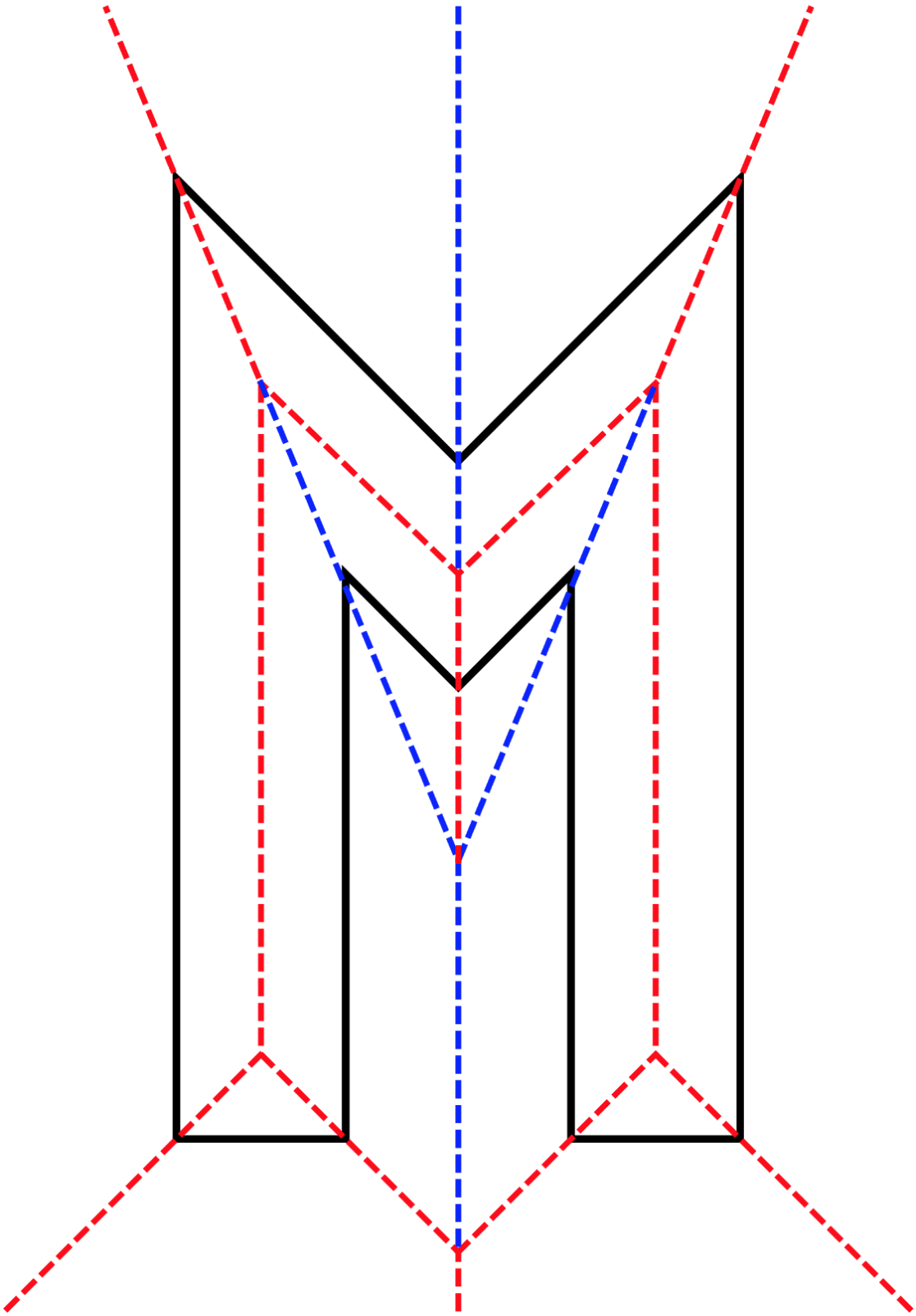
Plantilla para Doblar y Cortar



Plantilla para Doblar y Cortar



Plantilla para Doblar y Cortar



Plantilla para Doblar y Cortar