



Grup taraması

Katılımcılar:

12 yaş ve üstü, 4-5 kişilik takımlar.

Genel Bakış:

Bir pandemiye kontrol etmek çok sayıda test gerektirir. Testler pahalıdır ve çok sayıda tepken (reaktan) gerektirir, ve de testlerin çoğu negatif çıkar. Daha verimli yöntemler var mı? Örneğin, 12 kişiden alınan örnekleri karıştırdığımızı ve karışımı test ettiğimizi varsayalım. Karışık numunedeki tek test negatifse, 12 kişinin de negatif olduğu sonucuna varabiliriz. Test pozitifse, ek bir test turu gereklidir. 12 kişinin her birini tekrar test edebilir veya grubu 3 kişilik dört alt gruba bölebilir ve her bir alt grubun örneklerini bir arada test edebiliriz. Ardından üçüncü bir test turu gerekebilir. Bu basit fikir, "grup taraması" yönteminin ("havuz test" olarak da adlandırılır) temelidir ve 2. Dünya Savaşı'nda amerikan ordusunda askere çağırırken frengi kontrolü için kullanılmıştır. Aşağıdaki faaliyetler ile bu yöntemi keşfedelim.

1 - Etkinlik

- Önce yöntemi anlatalım.
- Her takım bir hakem seçsin.
- 100 kişiyi test etmek istiyoruz. Her birini 1'den 100'e kadar sayılarla temsil edelim.
- Enfekte olan iki kişi olsun, bunlar için rastgele iki sayı seçelim.
- Her takımın hakemine bu iki sayıyı gizlice söyleyelim.
- Takımın diğer elemanları, bu iki sayıyı, yani iki enfekte olan kişiyi, test turları yoluyla bulmaya çalışacaklar.
- Her takım kişileri nasıl gruplandırıp test edeceğine karar verecek. Hakem hangi gruplarda testin pozitif çıktığını söyleyecek. İki enfekte kişi bulunana kadar proses devam edecek. Kaç tur atıldığı sayılacak.
- Takımların değişik stratejilerini paylaşalım. Hangileri daha verimliydi?
- Hakemleri değiştirelim ve oyunu 100 kişiden sadece tek bir enfekte kişi ile oynatalım.
- Hakemleri yine değiştirelim ve bu sefer 100 kişiden 3 kişi enfekte olmuş olsun.
- Takımların değişik stratejilerini paylaşalım. Hangileri daha verimli?

2 - Etkinlik

Tur sayısını en aza indirmek önemli.

- Her takım bir hakem seçsin.
- 100 kişiyi test etmek istiyoruz. Her birini 1'den 100'e kadar sayılarla temsil edelim.
- Enfekte olan iki kişi olsun, bunlar için rastgele iki sayı seçelim.
- Her takımın hakemine bu iki sayıyı gizlice söyleyelim.
- Takımın diğer elemanları, bu iki sayıyı, yani iki enfekte olan kişiyi, en fazla iki test turu yaparak bulmaya çalışacaklar.
- Her takım kişileri nasıl gruplandırıp test edeceğine karar verecek. Hakem hangi gruplarda testin pozitif çıktığını söyleyecek.
- Her takımın bu sefer iki test turu hakkı var.
- Takımların değişik stratejilerini paylaşalım. Hangileri daha verimli?

3 - Etkinlik

Bazen tek bir test turu yeterli olabilir..

- Diyelim ki 16 kişiyi test etmemiz gerekiyor. Tek bir test turuyla iki enfekte kişi tespit etmek mümkün mü?
- Bir strateji: 16 kişiyi {A, B, C, D..., P} harfleriyle adlandıralım ve 12 test yapalım. Aşağıdaki tabloda her satır bir testi temsil ediyor. X'ler ise, her test için numuneleri karıştırılan kişileri gösteriyor. Örneğin 1. Test için A, B, C ve D'den numune karıştırıyoruz. Her kişinin numunesi 3 farklı testte kullanılıyor.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Test 1	X	X	X	X												
Test 2					X	X	X	X								
Test 3									X	X	X	X				
Test 4													X	X	X	X
Test 5	X				X				X				X			
Test 6		X				X				X				X		
Test 7			X				X				X				X	
Test 8				X				X				X				X
Test 9	X					X					X					X
Test 10		X					X					X	X			
Test 11			X					X	X					X		
Test 12				X	X					X					X	

- Bir gruptaki enfekte kişi sayısı ikiyi geçmiyorsa, bu metodla tüm enfekte olanları tespit edebildiğimizi gösterin.
- Üç kişi veya daha fazla enfekte olan varsa, tek turlu algoritmaların yetmeyeceğini gösterin.

4 - Etkinlik

Tek turlu testler ile uygulanacak bir metod daha:

- $n \times n$ bir kafesin içine n^2 sayısında insan yerleştirelim. Bir grup taraması yapalım: tüm yatay sıralardaki numuneleri karıştırıyoruz ve tüm dikey sıralardaki numuneleri karıştırıyoruz (yani $2n$ test yapıyoruz).
- Tek bir kişi enfekte ise, bir turda tespit edebileceğimizi gösterin.
- Birden fazla insan enfekte da olsa, eğer hepsi aynı yatay sırada ya da aynı dikey sırada ise yine tek turlu test ile bu kişileri bulabileceğimizi gösterin.
- Eğer iki yatay sırada ve de iki dikey sırada test pozitif çıkarsa, en az ne kadar enfekte insan vardır? En çok ? Tüm enfekte olanları bulmak için kaç test gerekir?
- Üç kişi enfekte olmuş olsun. Yatay sıralardan pozitif çıkanların sayısı r , dikey sıralardan çıkanlarınkı de s ise, mümkün olan tüm (r,s) çiftleri nelerdir?

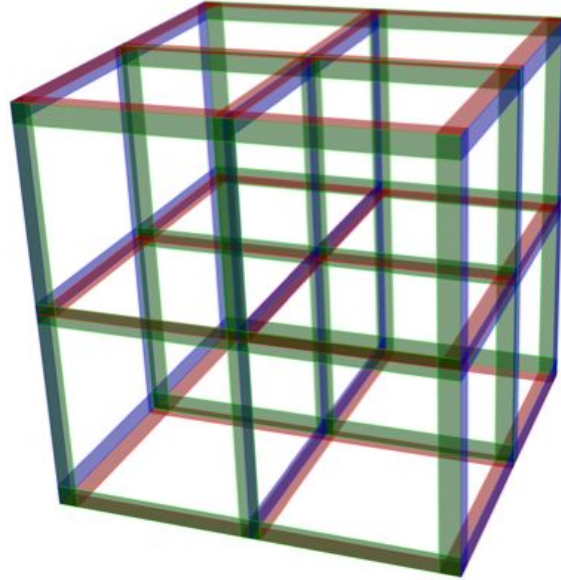
36 kişi arasında 2 kişinin enfekte olduğu durumda metodun görsel anlatımına bakın:

<https://www.idm314.org/resources/2021-poster-challenge-samples/idm-sample-poster-testing.jpg>

5 - Etkinlik

Daha gelişmiş bir algoritma sunalım. Dördüncü etkinliğe benziyor ama daha büyük sayılar için, biraz daha fazla matematik bilgisi gerekebilir. Bu algoritma Ruandalı bir araştırma ekibi tarafından sunulmuş ve COVID-19 için kullanılmış (bkz. [a Rwandan team of researchers and used for COVID-19 testing](#)).

- Bu algoritma 3^m kişinin olduğu gruplar için tasarlanmıştır. Her biri 3^{m-1} kişiden alınmış numune karışımına aynı anda $3m$ test uygulanıyor. Bu 3^m kişi m -boyutlu bir kübün $\{0, 1, 2\}^m$ noktaları olarak tanımlanmıştır. (aşağıda $m = 3$ için yapılmış şekle bakın). Burada taramaları hiperkübün dilimleri olarak düşüneceğiz. Şöyle ki, hiperküp'ü oturttuğumuz m boyutlu uzayın eksenleri x_1, \dots, x_m olmak üzere, karışımlardan her biri $x_i = t$ hiperdüzleminde yer alan kişilere karşılık gelir. $i \in \{1, \dots, m\}$ ve $t \in \{0, 1, 2\}$ parametrelerine karşılık gelen bir dilim, 3^{m-1} kişiyi içerir (resimdeki kırmızı, yeşil ve mavi dilimler)



- Ruandalı araştırmacı ekibi algoritmayı $m=4$ yani 81 kişi için 12 test olarak kullanmayı öneriyorlar.
- Bu test turunun bir enfekte kişi tespit etmek için yeterli olduğunu gösterin.
- Üç ayrı duruma bakmanız gerekecek: İki enfekte kişi varsa, gerekecek ek test turu sayısını tespit edin. Üç ayrı duruma bakmanız gerekecek: i) iki enfekte kişi koordinat eksenlerine paralel bir doğru üzerinde; ii) iki enfekte kişi bir test dilimi içinde ama doğru üzerinde değil; iii) genel durum.

Değişik kaynaklar

- [An article about group screening](#), Christian Genest ve Christiane Rousseau.

Yarat ve Paylaş !

Grupta çekilen fotoğraf ve videoları **#idm314** başlık etiketi ile paylaş.

© 2020 Christiane Rousseau

Bu çalışma [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). altında lisanslıdır.