



Dépistage par groupe

Participants:

À partir de 12 ans, groupes de 4 à 5 participants.

Vue d'ensemble:

Le contrôle d'une pandémie nécessite de nombreux tests. Les tests sont coûteux et nécessitent beaucoup de réactifs, alors que la plupart des tests sont négatifs. Peut-on faire mieux ? Par exemple, supposons que nous mélangeons des échantillons provenant de 12 personnes et que nous testons le mélange. Si ce seul test sur l'échantillon mélangé est négatif, nous pouvons conclure que les 12 individus sont négatifs. Si le test est positif, une ronde de tests supplémentaires est nécessaire. Nous pourrions tester chacun des 12 individus ou diviser le groupe en quatre sous-groupes de 3 personnes et tester un mélange d'échantillons de chaque sous-groupe. Dans le second cas, une troisième ronde de tests est nécessaire. Cette idée simple est à la base de la méthode de "dépistage par groupe" (également appelée "test groupé"), qui remonte à la Seconde Guerre mondiale, où elle était utilisée pour tester la syphilis sur les recrues de l'armée américaine. Les activités ci-dessous permettent d'explorer cette méthode.

Activité 1

- Commencez par décrire le principe.
- Supposons que nous devons tester 100 individus, numérotés de 1 à 100. Choisissez deux numéros au hasard, représentant les deux individus infectés. Chaque équipe choisit un membre qui sera l'arbitre. Dites secrètement aux arbitres qui sont les deux personnes infectées. Les autres élèves de l'équipe doivent trouver les personnes infectées par des séries de tests successives.
- L'équipe propose de regrouper et de tester les individus. L'arbitre indique les groupes qui ont obtenu un résultat positif au test. Le processus est répété à plusieurs reprises jusqu'à ce que les deux personnes infectées soient identifiées. Chaque équipe compte le nombre total de tests dont elle a eu besoin.
- Partagez les stratégies utilisées par les différentes équipes. Certaines stratégies étaient-elles meilleures que d'autres ?
- Nommez un autre arbitre et répétez le jeu avec un seul individu infecté sur 100.
- Nommez un autre arbitre et répétez le jeu avec trois personnes infectées sur 100.
- Partagez les stratégies utilisées par les différentes équipes. Certaines stratégies sont-elles meilleures que d'autres ?

Activité 2

Si chaque ronde de tests prend un certain temps, il est essentiel de réduire au minimum le nombre de rondes.

- Supposons que nous devons tester 100 personnes, numérotées de 1 à 100. Choisissez deux numéros au hasard, représentant deux individus infectés. Chaque équipe choisit un membre qui sera l'arbitre. Dites secrètement aux arbitres qui sont les deux personnes infectées. Les autres élèves de l'équipe doivent trouver les personnes infectées en effectuant au maximum deux rondes de tests.
- L'équipe propose la manière de regrouper et de tester les individus, et l'arbitre indique quels groupes ont obtenu un test positif. L'équipe n'a que deux séries de tests pour trouver les deux personnes infectées cette fois-ci. Chaque équipe compte le nombre total de tests dont elle a eu besoin.
- Partagez les stratégies utilisées par les différentes équipes. Certaines stratégies sont-elles meilleures que d'autres ?

Activité 3

Il est parfois possible de n'utiliser qu'une seule série de tests.

- Supposons que nous devons tester 16 personnes. Une équipe peut-elle proposer une stratégie pour les tester et trouver jusqu'à deux individus infectés en une seule ronde de tests ?
- Voici une stratégie : Nous appellerons les 16 personnes $\{A, B, C, \dots, P\}$ et ferons 12 tests. Chaque ligne du tableau suivant représente un seul test. Les X indiquent les individus dont les

échantillons sont mélangés pour chaque test. Par exemple, pour le test 1, nous mélangeons les échantillons de A, B, C et D. Notez que l'échantillon de chaque personne est utilisé dans trois tests différents.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Test 1	X	X	X	X												
Test 2					X	X	X	X								
Test 3									X	X	X	X				
Test 4													X	X	X	X
Test 5	X				X				X				X			
Test 6		X				X				X				X		
Test 7			X				X				X				X	
Test 8				X				X				X				X
Test 9	X					X					X					X
Test 10		X					X					X	X			
Test 11			X					X	X					X		
Test 12				X	X					X					X	

- Montrez que cette méthode permet de retrouver tous les infectés si au maximum deux personnes du groupe sont infectées.
- Montrez que si trois personnes ou plus sont infectées, cet algorithme à ronde unique ne peut pas les identifier.

Activité 4

Voici un autre algorithme utilisant une seule ronde de tests.

- On place n^2 personnes dans les carrés d'une grille $n \times n$. Le dépistage par groupe se déroule comme suit : Nous mélangeons les échantillons de chaque ligne horizontale et de chaque colonne verticale (nous effectuons donc $2n$ tests).
- Montrez que si une seule personne est infectée, on peut l'identifier avec une seule ronde de tests.
- Montrez que s'il y a plusieurs personnes infectées, mais qu'elles se trouvent toutes dans la même rangée horizontale ou la même colonne verticale, on peut les identifier avec une seule ronde de tests.
- Supposons que deux lignes et deux colonnes présentent un test positif. Quels sont les nombres minimum et maximum de personnes infectées ? Combien de tests supplémentaires devez-vous effectuer lors d'une deuxième ronde de tests pour détecter toutes les personnes infectées ?

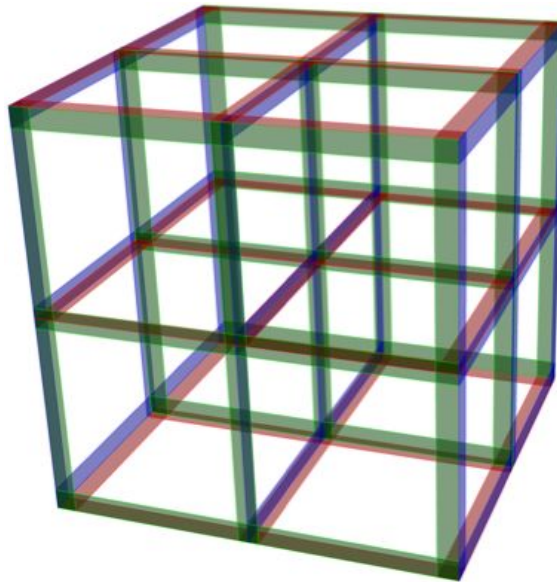
- Supposons qu'il y ait trois personnes infectées. Décrivez tous les couples possibles (r,s) où r est le nombre de lignes dont le test est positif et s le nombre de colonnes dont le test est positif.

Voici une [explication visuelle](#) de cette méthode, avec deux personnes infectées parmi 36 personnes.

Activité 5

L'algorithme suivant est plus avancé. Il utilise la même idée que l'activité 4, mais dans un nombre plus élevé de dimensions. Vous pouvez donc l'utiliser avec des étudiants avancés. [Il a été proposé par une équipe de chercheurs rwandais et utilisé pour les tests COVID-19.](#)

- L'algorithme fonctionne pour des groupes de 3^m individus. Il consiste à effectuer simultanément $3m$ tests sur des mélanges d'échantillons, chacun contenant des échantillons de 3^{m-1} individus. Les 3^m individus sont identifiés par les points $\{0, 1, 2\}^m$ d'un hypercube à m dimensions (voir la figure ci-dessous pour $m = 3$). Les mélanges sont des tranches de l'hypercube. En effet, si x_1, \dots, x_m désignent les axes de coordonnées de l'hypercube, chacun des mélanges correspond aux individus situés dans l'hyperplan $x_i = t$, où $i \in \{1, \dots, m\}$ et $t \in \{0, 1, 2\}$ est une tranche de 3^{m-1} individus (les tranches rouge, verte et bleue dans la figure).



- L'équipe de chercheurs rwandais propose d'utiliser l'algorithme pour $m = 4$, soit 12 tests par groupe de 81 individus.
- Montrez que cette ronde de tests est suffisante pour identifier exactement un individu infecté.
- Déterminez le nombre de tests supplémentaires nécessaires lors d'une deuxième ronde de tests si deux individus sont infectés. Vous devrez considérer trois cas : i) les deux individus infectés se trouvent sur une ligne parallèle aux axes de coordonnées ; ii) les deux individus infectés se trouvent à l'intérieur d'une tranche de test mais pas sur une ligne ; iii) le cas général.

Further resources

- Un article sur le [dépistage par groupe](#), par Christian Genest et Christiane Rousseau.

Créez et partagez !

Partagez des photos et des vidéos de l'activité ou des stratégies proposées par le groupe, en utilisant le hashtag **#idm314**.

© 2020 Christiane Rousseau

Ce travail est sous licence [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).