

اليوم العالمي للرياضيات 14 مارس

الفحص الجماعي

المشاركون:

البالغون لـ 12 سنة وما فوق، مقسّمون إلى مجموعات من 4 إلى 5 أشخاص .

نظرة عامة

تتطلب السيطرة على الوباء الكثير من الاختبارات، هاته الأخيرة اغلبها مكلفة وتتطلب الكثير من المواد المتفاعلة، إضافة إلى ذلك فإن معظمها سلبية النتيجة. هل يمكننا أن نفعّل ما هو أفضل؟ على سبيل المثال، لنفترض أننا نمزج عينات لـ 12 فرداً ونختبر المزيج. إذا كان هذا الاختبار الأحادي للعينة المختلطة سالباً ، فيمكننا استنتاج أن الأفراد الإثني عشر سلبياً النتيجة. إذا كان الاختبار إيجابياً، فمن الضروري إجراء عملية إضافية من الاختبار. يمكننا اختبار كل فرد من الإثني عشر فرداً أو تقسيم المجموعة إلى أربع مجموعات فرعية من ثلاث أشخاص واختبار مزيج من عينات كل مجموعة فرعية. في الحالة الثانية، من الضروري إجراء جولة ثالثة من الاختبار. هذه الفكرة البسيطة هي أساس طريقة "الفحص الجماعي" (وتسمى أيضاً "الاختبار المجمع") ، والتي تعود إلى الحرب العالمية الثانية حيث تم استخدامها لاختبار احتمالية إصابة مجنّدي الجيش الأمريكي بمرض الزهري. استكشف الطريقة مستعينا بالأنشطة أدناه.

نشاط 1

- ابدأ بوصف القاعدة.
- لنفترض أننا بحاجة إلى اختبار 100 فرد، مرقمين من 1 إلى 100. اختر رقمين عشوائيًا، يمثلان الشخصين المصابين. يختار كل فريق عضوًا واحدًا ليكون الحكم. أخبر الحكام سرًا من هو المصابان. يتعين على الطلاب الآخرين في الفريق العثور على المصابين من خلال جولات متتالية من الاختبارات.
- يقترح الفريق كيفية تجميع واختبار الأفراد. يخبر الحكم المجموعات التي حصلت على نتيجة إيجابية. تتكرر العملية من خلال عدة جولات حتى يتم العثور على الشخصين المصابين. يحسب كل فريق العدد الإجمالي للاختبارات التي يحتاجها.
- شارك الاستراتيجيات التي تستخدمها الفرق المختلفة. هل كانت بعض الاستراتيجيات أفضل من غيرها؟
- رشح حكمًا آخرًا وكرر اللعبة ولكن مع إصابة فرد واحد فقط من بين 100.
- رشح حكمًا آخرًا وكرر اللعبة ولكن بثلاثة مصابين من بين 100.
- شارك الاستراتيجيات التي تستخدمها الفرق المختلفة. هل كانت بعض الاستراتيجيات أفضل من غيرها؟

نشاط 2

إذا استغرقت كل جولة من الاختبارات بعض الوقت ، فمن الضروري تقليل عدد الجولات.

- لنفترض أننا بحاجة إلى اختبار 100 فرد ، مرقمين من 1 إلى 100. اختر رقمين عشوائيًا، يمثلان فردين مصابين. يختار كل فريق عضوًا واحدًا ليكون الحكم. أخبر الحكام سرًا من هو المصابان. يتعين على الطلاب الآخرين في الفريق العثور على المصابين من خلال جولتين من الاختبارات على الأكثر.
- يقترح الفريق كيفية تجميع الأفراد واختبارهم ، ويخبر الحكم المجموعات التي حصلت على اختبار إيجابي. الفريق لديه جولتان فقط من الاختبارات للعثور على الشخصين المصابين هذه المرة. يحسب كل فريق العدد الإجمالي للاختبارات التي يحتاجها.
- شارك الاستراتيجيات التي تستخدمها الفرق المختلفة. هل كانت بعض الاستراتيجيات أفضل من غيرها؟

نشاط 3

في بعض الأحيان يكون من الممكن استخدام جولة واحدة فقط من الاختبارات.

- نفترض أننا بحاجة إلى اختبار 16 فردًا. هل يمكن لأي فريق اقتراح إستراتيجية لاختبارهم والعثور على شخصين مصابين في جولة واحدة؟
- إليك هذه الإستراتيجية: نتصل بـ 16 شخصًا {أ ، ب ، ج ، ... ، ع} ونجري 12 اختبارًا. يمثل كل سطر في الجدول التالي اختبارًا واحدًا. تشير علامة X إلى الأفراد الذين تم خلط عيناتهم في كل اختبار. على سبيل المثال، بالنسبة للاختبار 1 ، نقوم بخلط عينات كل من أ و ب و ج و ه . لاحظ أن عينة كل شخص تستخدم في ثلاثة اختبارات مختلفة.

ع	س	ن	م	ل	ك	ي	ط	ح	ز	و	ه	د	ج	ب	أ	
												X	X	X	X	الاختبار 1
								X	X	X	X					الاختبار 2
				X	X	X	X									الاختبار 3
X	X	X	X													الاختبار 4
			X				X				X				X	الاختبار 5
		X				X				X				X		الاختبار 6
	X				X				X				X			الاختبار 7
X				X				X				X				الاختبار 8
X					X					X					X	الاختبار 9
			X	X					X					X		الاختبار 10
		X					X	X					X			الاختبار 11
	X					X					X	X				الاختبار 12

- بيّن أن هذه الطريقة تسمح بالعثور على جميع المصابين في حالة إصابة شخصين من المجموعة على الأكثر.
- بيّن أنه في حالة إصابة ثلاثة أشخاص أو أكثر، فإنه لا يمكن تحديدهم باستعمال هذه الخوارزمية في جولة واحدة.

نشاط 4

إليك خوارزمية أخرى تستخدم جولة واحدة من الاختبارات.

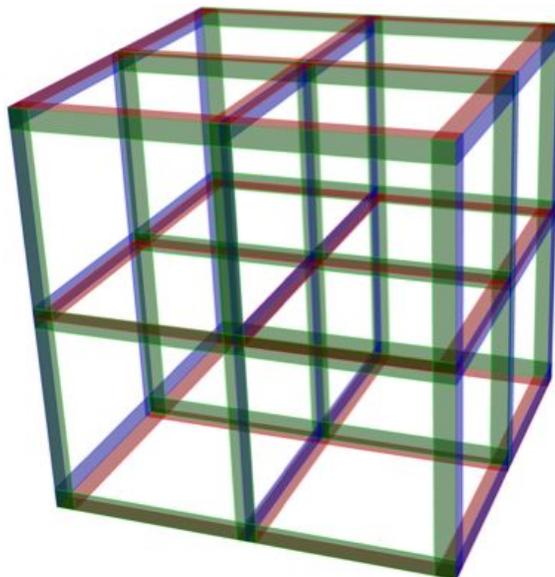
- نضع n^2 شخصًا في خانات جدول $n \times n$. يتم فحص المجموعة على النحو التالي: نقوم بخلط العينات لكل خط ولكل عمود (وبالتالي، نقوم بإجراء $2n$ اختبار).
- بيّن أنه في حالة إصابة شخص واحد فقط، يمكننا التعرف عليه من خلال جولة واحدة من الاختبارات.
- بيّن أنه إذا كان هناك أكثر من شخص مصاب، إضافة إلى تواجدهم جميعًا إما في نفس الخط أو في نفس العمود، فيمكننا تحديدهم بجولة واحدة من الاختبارات.
- نفترض أن هناك اختبارًا إيجابيًا لخطين وعمودين. ما هو الحد الأدنى والحد الأقصى لعدد المصابين؟ كم عدد الاختبارات الإضافية التي تحتاج إلى إجرائها في الجولة الثانية من الاختبارات للكشف عن جميع المصابين؟
- نفترض أن هناك ثلاثة أفراد مصابين. عدّد جميع الأزواج الممكنة (خ، ع) حيث x هو عدد الخطوط التي تم اختبارها وكانت النتيجة إيجابية و e هو عدد الأعمدة التي تم اختبارها وكانت النتيجة إيجابية.

إليك شرح مرئي لهذه الطريقة، حيث أصيب شخصان من بين 36 شخصًا.

نشاط 5

الخوارزمية التالية أكثر تطوراً. تستخدم نفس فكرة النشاط 4 ولكن بعدد أكبر من الأبعاد. وبالتالي، يمكنك استخدامه مع الطلاب ذوي مستوى عالٍ. تم اقتراحه من قبل: [a Rwandan team of researchers and used for COVID-19 testing](#)

- تطبق هذه الخوارزمية على مجموعات من 3³ فرد. تتمثل في إجراء 3م اختبار في وقت واحد، لمزيج من العينات ، كل مزيج يحتوي على 3¹ عينة. يتم تحديد الأفراد البالغ عددهم 3³ بالنقط {0 ، 1 ، 2} من فضاء (مكعب) ذو م بعد (انظر الشكل أدناه من أجل م = 3). التجميعات عبارة عن شرائح من المكعب الزائدي. يمكن القول أنه إذا كانت س₁ ، ... ، س_م ترمز لإحداثيات محاور المكعب الزائدي، فإن كل مزيج من العينات يتوافق مع الأفراد المحددين على المستوي الفوقي س_ن = ت ، حيث ن ∈ {1،...،م} و ت ∈ {0، 1، 2} عبارة عن شريحة من 3¹ (الشرائح الحمراء ، الخضراء ، والزرقاء في الشكل).



- يقترح فريق الباحثين الروانديين استخدام الخوارزمية من أجل م = 4، أي 12 اختباراً لكل مجموعة من 81 فرداً.
- بيّن أن هذه الجولة من الاختبارات كافية لتحديد شخص مصاب واحد بالضبط.
- حدد عدد الاختبارات الإضافية المطلوبة في الجولة الثانية من الاختبار في حالة إصابة شخصين. سوف تحتاج إلى دراسة ثلاث حالات: اولاً) تواجد الشخصين المصابين على خط موازٍ لأحد المحاور؛ ثانياً) الشخصان المصابان يتواجدان على شريحة اختبار ولكن ليس على نفس الخط؛ ثالثاً) الحالة العامة.

مصادر إضافية

- مقال حول الفحص الجماعي، بواسطة كريستين جينست و كريستيان روسو:

[An article about group screening](#), by Christian Genest and Christiane Rousseau

أنشئ وشارك!

شارك بالصور ومقاطع الفيديو النشاط أو الاستراتيجيات المقترحة من قبل المجموعة باستخدام الهاشتاغ

#idm314

© 2020 Christiane Rousseau

© 2020 كريستيان روسو

هذا العمل مرخص بموجب : [Creative Commons Attribution 4.0 International License](#)