



## Adil Bölüşüm

### Katılımcılar:

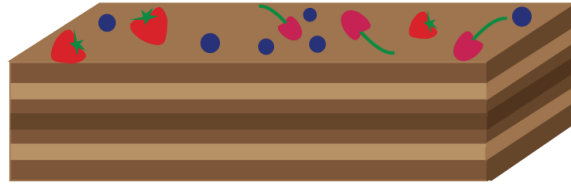
12 yaş ve üstü, 4-5 kişilik gruplar.

### Genel Bakış:

Bir pastayı birkaç kişi arasında, herkesin hakkını alacağı şekilde bölmenin farklı matematiksel yollarını keşfediyoruz. En sonunda da pasta yerine ev işlerini paylaştık. Bu sefer herkes en çoğu yerine en azı da isteyecek olsa, benzer bir yöntemle ev işlerini de adil bir şekilde paylaşabiliriz.

### Hazırlık

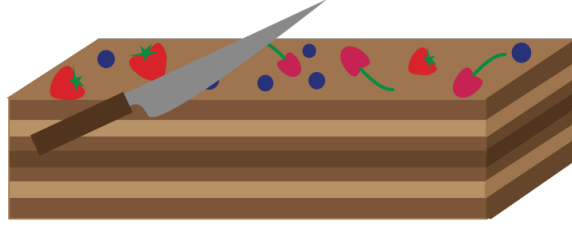
Her grup için karton bıçaklar, bir karton kılıç ve karton kekler hazırlayın hatta en iyisi grupların hazırlamasını sağlayın. Kekler homojen olmasın, katılımcılar belli taraftaki belli bir parçayı tercih edebilecek olsun.



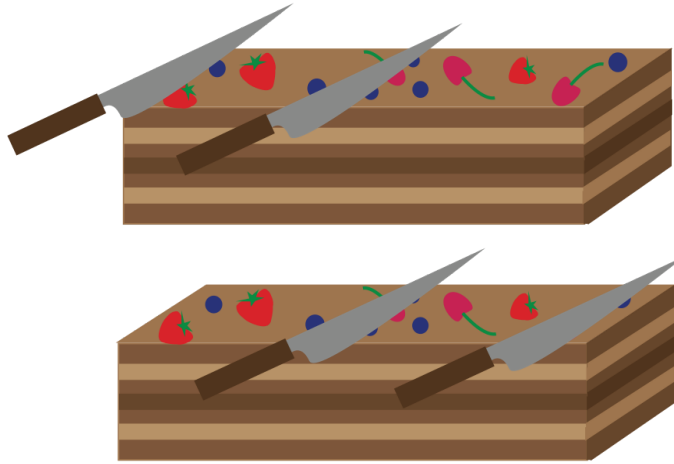
# 1 - Etkinlik - İki kişi arasında çekişmesiz kek paylaşma

Hedefimiz iki kişi arasında, birinin payında diğzerinin gözü kalmadan kek paylaşmak.

- Önce gruba, hedef için bir stratejisi olan var mı diye sorun.
- Bir strateji önerelim: “ben keserim, sen seçersin”. İki kişi birkaç defa denesin. Diyelim Meryem kesiyor, Feridun seçiyor. Meryem nasıl kesmeli ki, Feridun’un seçeceği payda gözü kalmasın? Buna çekişmesiz paylaşım diyoruz!



- Tartışalım: Kesen mi olmak daha iyi, seçen mi?
- Seçmek daha iyi olduğundan, Meryem stratejiyi geliştirir ve Feridun’a der ki: “ Pastanın üzerinde iki bıçağı soldan sağa sürekli bir şekilde hareket ettireceğim, sen DUR dediğinde, bıçaklar neredeyse, oradan keseceğim, ardından ya iki bıçak arasında kalan parça ya da iki bıçağın dışında kalan iki kenar parça arasında pay seçimini ben yapacağım.”
- Tartışalım: Meryem bıçakları nasıl tutmalı? Feridun ne zaman DUR demeli?



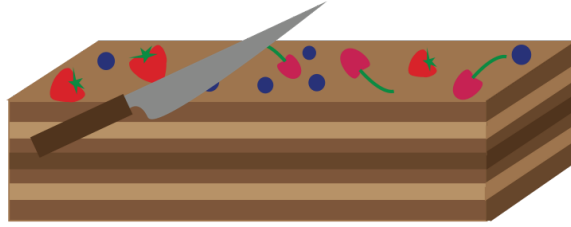
- Katılımcı grup strateji öneremezse, siz anlatın: Meryem bıçakları öyle bir tutmalı ki, alacağı her paydan aynı şekilde mutlu olmalı. Feridun da, her paydan aynı şekilde mutlu olacağı zaman DUR demeli.

- Ama Feridun'un böyle bir anı en az bir kere yakalayacağından nasıl emin olabiliriz? Katılımcılar cevap veremezse, aşağıdaki açıklamayı tartışmaya açın:
- Feridun'un iki paydan da aynı şekilde mutlu olacağı bir an mutlaka olmalı! Başlayalım, ve bıçaklardan biri kekin en sol kenarında olsun, diğeri de keki bir yerlerden iki parçaya bölüyor olsun. Diyelim ki Feridun sağ tarafı yani bıçakların dışında kalan kısmı seçti. Bıçaklardan biri sağ kenara geldiğinde, seçmiş olduğu pay bu sefer iki bıçak arasında kalıyor. Bıçakların sürekli hareketi, Feridun'un seçtiği payın önce bıçakların dışında, sonra da bıçakların içinde kalan pay olmasına sebep oluyor. Demek ki, (Ara değer teoremini uygulayarak) Feridun'un iki paydan da aynı şekilde mutlu olduğu bir an olmuş olmalı!
- Böyle bir bölüşüme "adil" diyoruz, çünkü hem Meryem hem de Feridun kendileri için eşit değere sahip birer pay alıyor. Adil bir bölüşümde çekişme olmaz, yani kimsenin gözü diğerinin payında kalmaz ama çekişme olmayan bir bölüşümün illa adil olacağını söyleyemeyiz.

## 2 - Etkinlik - n kişi arasında orantılı pasta bölümü

Burada amaç, her katılımcının en az  $1/n$  olarak değerlendirdikleri bir kek dilimi almaları.

- Önce bir metod önermek isteyen var mı diye sorun.
- Bir metod önerisi: Bir arabulucu olsun, bıçağı soldan sağa götürsün. Herhangi bir katılımcı DUR dediğinde keki bıçağın kaldığı yerden kessin. DUR diyen kişi kekin solundaki parçayı alsın.
- Arabulucu bıçağı kalan kek üzerinde ikinci bir katılımcı DUR diyene kadar hareket ettirsin. Bu kişi de solda kalan kek dilimini alsın ve böyle devam edilsin. DUR deme şansını olmayan son katılımcıya da kekin kalanını verilsin.

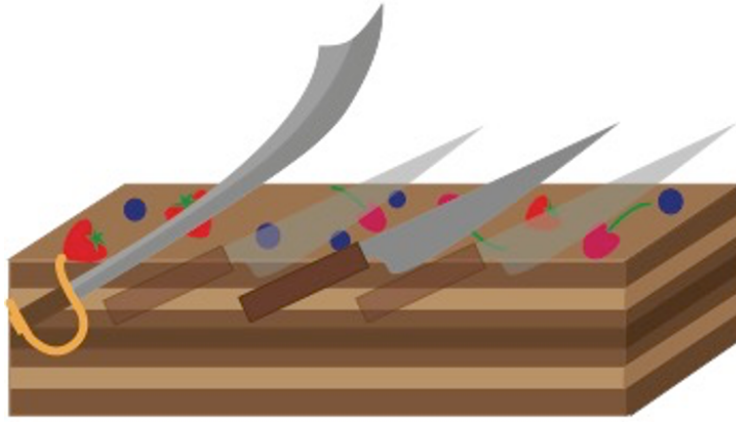


- Bu metodu birkaç kere deneyin: arabulucu bıçağı çok çok yavaş oynatmalı ki, katılımcıların karar verecek süresi olsun. Kekten  $1/n$  oranından daha az pay aldığını düşünen katılımcı var mı? Varsa, stratejilerini nasıl düzeltirler?
- Orantılı bölüşüm için bir strateji önerisi: her katılımcı  $1/n$  oranında pay almış olacağını his ettiği anda DUR desin. Bu şekilde hedefimize ulaştığımızı gösterelim.
- Bu stratejinin çekişmesiz olmadığına dikkatinizi çekeriz. Neden?

### 3 - Etkinlik: 3 kişi arasında çekışmesiz bölüşüm

Şimdi hedefimiz hiçbir katılımcının diğeri ikisinin payında gözü kalmayacağı şekilde keki paylaşmak.

- Önerisi olan var mı diye sorun.
- Bir öneri: Arabulucu bir kılıç tutar, ve onu soldan sağa hareket ettirir. Aynı zamanda, her katılımcı kılıcın sağ tarafında bir bıçak hareket ettirir. Katılımcılardan biri DUR dediği anda herkes durur. Kek kılıcın ve ortadaki bıçağın olduğu yerden kesilir. DUR diyen katılımcı kılıcın solundaki parçayı alır. Kalan iki katılımcıdan en sağda olan sağ parçayı, diğeri de ortadaki parçayı alır.



- Arabulucu rolünü değiştirerek bu metodu birkaç defa deneyin. Arabulucu kılıcı çok yavaş hareket ettirmeli ki, karar verme zamanı olsun. Katılımcılardan gözü diğeri payında kalan var mı? Onlar bıçakları nasıl oynatmalı?
- Çekişmesiz bölüşüm için bir öneri:
  - Her katılımcı bıçağını öyle tutmalı ki, kılıcın sağında oluşturduğu iki pay da ona eşdeğer olsun.
  - Bıçağı en solda olana "1. katılımcı" diyelim, bıçağı ortada olan "2. katılımcı" olsun, en sağdaki de "3. katılımcı".
  - 1. katılımcı soldaki pay ile ortada kalan payı eşdeğer gördüğünde DUR desin.
  - 2. katılımcı üç payı da eşdeğer gördüğünde DUR desin.
  - 3. katılımcı sol pay ile sağ payı eşdeğer bulduğunda DUR desin.
- Bu stratejinin neden çekışmesiz olduğunu tartışın. Her katılımcının görüşünü alın ve neden kimsenin kimsenin payında gözü kalmayacağını anlatın.

## 4 - Etkinlik - 3 kişi arasında ev işlerinin çekişmesiz bölüşümü

İşleri aşağıdaki kafese dizelim. Kek gibi bölmeye çalışalım. Bu sefer, her katılımcı mümkün olan en az payı almak isteyecek. Hedefimiz, hiç kimsenin üzerine yüklenen işten gocunmaması.

- Bu problem 3. Etkinliğe benziyor. Oradan bir strateji türetebiliriz. Bir fikri olan var mı?
- Bir strateji önerelim: Arabulucu, elindeki kılıcı soldan sağa hareket ettiriyor. Aynı anda, her katılımcı kılıcın sağında bir bıçak hareket ettiriyor. Bir katılımcı DUR dediği anda herkes duruyor. Kafes, kılıcın ve orta bıçağın olduğu iki yerden kesiliyor. DUR diyen katılımcı en sağda kalan payı yükleniyor. Bıçağı en sağda olan katılımcı ortada kalan payı, son katılımcı da solda kalan payı yükleniyor.

Cam silme	Çamaşır	Yemek pişirme	Ütü
Yer silme	Bulaşık	Çöp dökme	Kedi besleme
Elektrik süpürgesi	Bitki sulama	Sofra kurma	Bakkal alışverişi
Tuvalet temizliği	Çim kesme	Toz alma	Çöp ayrıştırma

- Arabulucu rolünü değiştirerek bu metodu birkaç defa deneyin. Arabulucu kılıcı çok yavaş hareket ettirmeli ki, karar verme zamanı olsun. Katılımcılardan gözü diğerinin payında kalan var mı? Onlar bıçakları nasıl oynatmalı?
- Ev işlerini çekişmesiz yüklenmek için bir öneri:
  - Katılımcılar bıçaklarını, en solda kalan yüklerin, kılıçla kendi bıçakları arasında kalan yüklere eşdeğer göreceği şekilde tutarlar.
  - Bıçağı en solda olana “1. katılımcı” diyelim, bıçağı ortada olan “2. katılımcı” olsun, en sağdaki de “3. katılımcı”.

- 1. katılımcı solda kalan yükler ile sağda kalanları eşdeğer gördüğünde DUR desin.
  - 2. katılımcı üç kısımdaki yükleri eşdeğer gördüğünde DUR desin.
  - 3. katılımcı orta kısımda kalan yüklerle sağda kalanları eşdeğer bulduğunda DUR desin.
- Bu stratejinin neden çekişmesiz olduğunu tartışın. Her katılımcının görüşünü alın ve neden kimsenin kendine düşen yükten şikayetçi olmayacağını anlatın.

### **Yarat ve Paylaş !**

Grupta çekilen fotoğraf ve videoları **#idm314** başlık etiketi ile paylaş.

### **Konu ile ilgili daha derin bilgi edinmek için videolar:**

- [See a different method to share a cake between three people, explained by Hannah Fry in a Numberphile video.](#)
- [Math Encounters - Fair Division: How to Cut Cakes \(and other things\) Fairly.](#) Profesör Francis Su, MoMath müzesinde “adil paylaşım” üzerine konuşuyor..

© 2020 Christiane Rousseau

Bu çalışma [Creative Commons Attribution 4.0 International License](#). altında lisanslıdır.