



信任的演化

本活動是賽局論 (**Game Theory**) 的入門介紹, 更具體來說, 是圍繞著著名的「囚徒困境」(**Prisoner's Dilemma**), 以及**正規賽局、策略、合作／背叛 (cooperation/defection)、協作 (collaboration)** 等核心概念所設計的學習活動。

本活動以數學的方式分析兩位對手玩家之間 (一種簡化的) 競爭情境, 並探討在什麼條件下, 玩家能夠發展出合作策略, 從而獲得雙方互利的結果, 而不是採取敵對式的競爭策略。

賽局論及此類分析方法, 廣泛應用於經濟學、政治學、衝突解決等領域, 同時也在演化生物學中用來研究不同物種之間的競爭與合作行為。

本活動改編並使用 **Nicky Case** 設計的線上互動遊戲《信任的演化 (**The Evolution of Trust**)》(<https://ncase.me/trust/>)。

該遊戲的理論基礎來自 **Robert Axelrod** 的經典著作《合作的演化 (**The Evolution of Cooperation**)》(英文原版: Basic Books, 1984)。

參與對象

- 建議年齡: 14 歲以上
- 先備知識: 不需要任何數學背景
不過, 部分邏輯推理 (例如辨識悖論、進行推論) 可能需要較成熟的數學思維能力。
- 補充說明:
雖然本活動並非政治或倫理課程, 但其結論與延伸意涵可能引發價值觀與意識形態上的討論。

活動準備

- 一堆「硬幣」與一些紙張
- 硬幣數量理想上為「學生人數 × 30 枚」
這些「硬幣」可以是面額較低的真實硬幣或以乾豆、鷹嘴豆、義大利麵碎、堅果, 或任何便宜且大小一致的小物品替代。

若希望降低準備成本，可透過減少每組學生可進行的最大遊戲回合數，來降低每位學生所需的硬幣數量。

- 教師使用一台電腦，連接投影機或大螢幕，以便全班學生能共同觀看模擬結果並進行討論。

引言

今天，我們要探索數學中可能會讓你感到驚喜的一個主題，賽局論(Game Theory)，它廣泛應用在政治、經濟、衝突解決，甚至是演化生物學之中。在賽局論裡，我們會討論所謂的正規賽局(formal games)。這指的是遊戲必須滿足以下條件：有兩個或以上的參與者(玩家)，必須做出理性決策，目標是達成某個讓自己在遊戲中「獲勝」的結果。

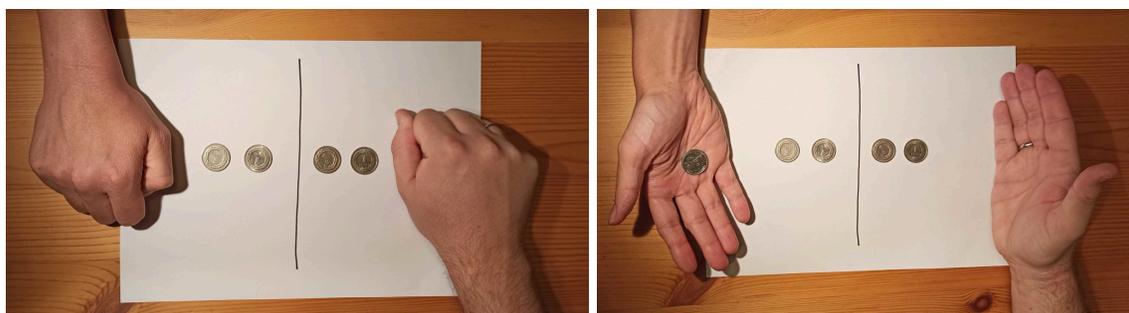
每一位玩家都可以發展出自己的策略(strategy)，也就是一套做決定的規則。這些規則會受到賽局環境和其他玩家的行為所影響。像是西洋棋或撲克牌很顯然就是賽局，其實現實生活中也有很多情境可以被視為「賽局」，例如：在競爭市場中訂價的零售商、進行地緣政治談判的政府、在生態系中演化適應的生物物種，這些都可以用賽局模型來分析。

接下來，我們將玩一個非常簡單的遊戲，但它可能會帶來非常深刻的思考。

遊戲規則 (單回合)

這是一個兩人賽局，兩位玩家分別坐在桌子兩側，彼此面對面。在桌子中央放一張紙，紙上用一條線分成左右兩半，類似棋盤中的楚河漢界。這張紙代表一台金錢機器(Money Machine)，運作方式如下：

- 先放 4 枚硬幣，每一側放 2 枚。
- 再發給每位玩家 1 枚硬幣。
- 每位玩家可以選擇把自己的硬幣藏在手掌中放在紙上靠自己右側的位置或者不放硬幣(空手但緊握不顯露出來)。若玩家 A 選擇放硬幣的話，則玩家 B 可獲得 3 枚硬幣(原本A側桌上的2枚加上A玩家掌中的1枚)，同一回合內，玩家 B 也必須同時間做出選擇。
- 為達到同時，建議兩玩家可在桌下隱密進行放不放硬幣的動作，同時將手拿到桌上，並同時公開以表公平。
- 遊戲的目標就是獲得最多的硬幣。



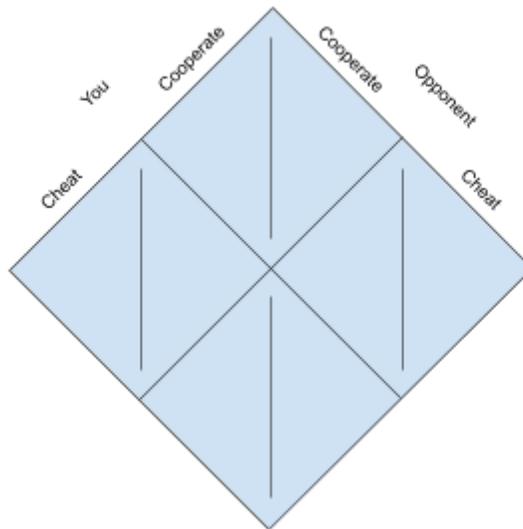
此例中，右側玩家會贏得左側桌面及手掌中的 3 枚硬幣

單回合分析：囚徒困境

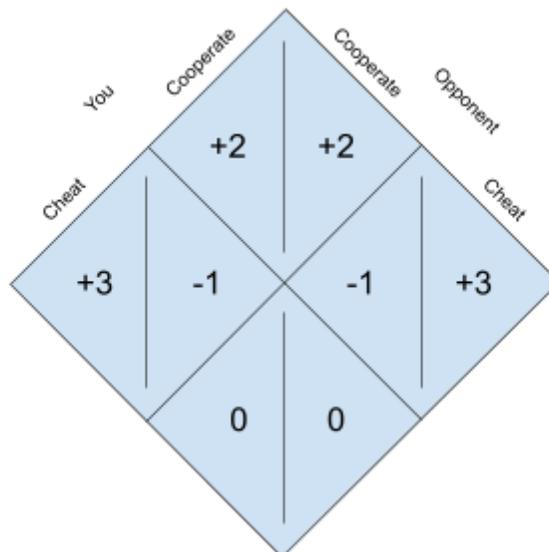
先收集學生在遊戲後的感受與他們採用的策略。接著，我們來幫以下兩種操作命名：

- 合作(Collaborate)：放入一枚硬幣，讓對手獲得回報
- 背叛(Cheat)：不放硬幣，不給對手任何回報

現在，請建立一個雙向表格(double-entry table)，列出這個賽局的四種可能結果。



在四種可能的狀態中，標示出每位玩家所得到的報酬。若數值為負數，代表該玩家在該結果中損失金錢。



最佳策略是什麼呢？

如果你的對手選擇合作，若你也合作，得到 +2，若你背叛，得到 +3，因此，你的結論是背叛比較好。
如果你的對手選擇背叛，若你合作，損失 -1，若你背叛，得到 0，因此，背叛仍然比較好。
結論是在任何情況下，選擇背叛都是比較好的策略。

然而，同樣的邏輯也適用於你的對手，所以你的對手也會得出「背叛比較好」的結論。結果就是你們兩人都選擇背叛，最後誰都沒有賺到錢。

但如果你們兩人都選擇合作，其實結果會更好：兩人各得到 +2

這就是所謂的困境(dilemma)。

為什麼叫做「囚徒困境」？

這個賽局也被稱為囚徒困境(Prisoner's Dilemma)，因為有一個不同但結構相同的故事版本：

有兩名小偷被抓進監獄。每個人可以指控對方(背叛)或者保持沉默(合作)。

若兩人都沉默(合作) → 各判 1 年徒刑

若一人指控、另一人沉默 → 指控者 當場釋放

→ 沉默者判 3 年徒刑

若兩人都指控 → 各判 2 年徒刑

每個囚徒經思考後都會發現，不論對方怎麼做，背叛都是比較好的選擇。
但因為雙方都這樣想，最後兩人都選擇指控，結果兩人都被判 2 年徒刑。
然而，如果兩人都選擇合作(沉默)，其實只需要被判 1 年徒刑。

遊戲規則 (多回合)

在單次賽局中，即使雙方合作可能帶來更好的結果，背叛仍然是較好的選擇，因為存在選擇合作卻被欺騙的風險，而你僅有一次機會。你也許可以用言語說服對手合作，但你永遠無法確定對方是否會遵守承諾。

然而，如果賽局是重複進行的，情況就會改變。這時候，你除了依據賽局規則之外，還可以根據對手過去的行為來決策。

重複賽局規則：每位玩家一開始有 10 枚硬幣，另外還有一堆 40 枚硬幣(銀行 Bank)，用來補充機器
每回合結束後：銀行會重新補滿機器，使機器再次有 4 枚硬幣。

遊戲會進行多個回合，目標依舊是累積最多的硬幣就是贏家。

請進行 10 個回合的遊戲，並嘗試設計出一套自己的策略。當你和一位同學完成遊戲後，請更換對手，再重新開啟新的遊戲。

最後，請學生和全班分享觀察結果和自己所採用的策略。老師請把學生使用的策略寫在黑板上。以下列出可能會出現的一些常見策略：

永遠背叛者、永遠合作者、以牙還牙者(模仿對手上一輪的操作)、記仇者(只要對手曾經背叛自己就一路選擇背叛到底)....

與學生討論每一種策略的優缺點

關鍵洞察：沒有任何策略在所有情況下都是絕對最好的。

練習：證明不存在一種策略，可以在不考慮對手策略的情況下，永遠是最佳策略。(提示：設想你的對手是永遠背叛者，那麼最佳策略是什麼？如果你的對手是記仇者，那麼最佳策略又是什麼？)

結論：

無法在完全不考慮對手策略的情況下，保證得到最佳結果。這一點和棋類遊戲不同，例如在象棋中，你通常應該總是嘗試下出當下對自己最有利的一步棋，而對方也是，所以是存在當下最好的決策，但此處沒有。

重點：重複進行賽局，是建立信任所必須的條件。過去的歷史行為可以幫助你評估對手。此外，也必須存在未來再次相遇的可能性，因此賽局應該在回合數不確定的情況下進行。

練習證明：如果玩家知道總共會進行多少回合，那麼原本的困境會再次出現；也就是說，你可以證明最佳策略會變成永遠背叛。(在最後一回合時，已經沒有未來可以影響，因此最佳策略是背叛。既然你和對手在最後一回合都會選擇背叛，那麼真正有意義的最後一回合就變成倒數第二回合，因此在那一回合背叛也是有利的。依此類推(用數學歸納法的想法)，雙方最終都會選擇永遠背叛。)

不過，這個歸納推理在現實情境中是否合理呢？這也很值得討論。

電腦模擬

現在使用電腦來模擬數百場賽局並分析結果。這能幫助我們更清楚地理解，究竟哪一種策略最好。

教師打開電腦並連接投影機，讓全班一起觀看，並進入 Nicky Case 的網頁遊戲《信任的演化(The Evolution of Trust)》(<https://ncase.me/trust/>)。你可以直接跳到第 3 節「One tournament」。

我們比較五種策略：讓不同策略的對手進行所有可能的配對對戰，再比較結果。

注意：

如同遊戲中的提示，可以先「下注」或讓每位學生都下注猜測結果。你也可以逐一分析每一組對戰的結果。可以忽略遊戲中關於第一次世界大戰的故事註解。

重點結論：贏家是以牙還牙者。別人怎麼對你，你就怎麼對別人。這個策略同時具備願意合作，也能防禦他人的剝削（對背叛會回應）。更重要的是這個策略之所以有效，是一個數學事實，並不是任何人類倫理強加出來的結果。

觀察賽局的演化

現在，讓我們模擬一種情境：有許多玩家，而每位玩家都固定採用一種策略。這些玩家之中，有些人的表現會比較好（贏家），有些人的表現會比較差（輸家）。假設輸家決定改變策略，去模仿贏家的策略。那麼長期來看會發生什麼事？族群是否會演化到「每個人都採用同一種策略」的狀態呢？

在這個線上遊戲中，請前往第 4 節 **Repeated Tournament**。跟著它的說明一步一步慢慢看，理解為什麼 **COPYCAT**（以牙還牙者）會再次贏得遊戲。

不信任

雖然看起來 **COPYCAT**（以牙還牙者）是一種有效的策略，但這其實是一個非常脆弱、敏感的賽局。很多原因都可能讓情況改變：

- 模擬顯示，如果每組對戰的回合數變少，**COPYCAT** 以牙還牙者就不再是最佳策略。

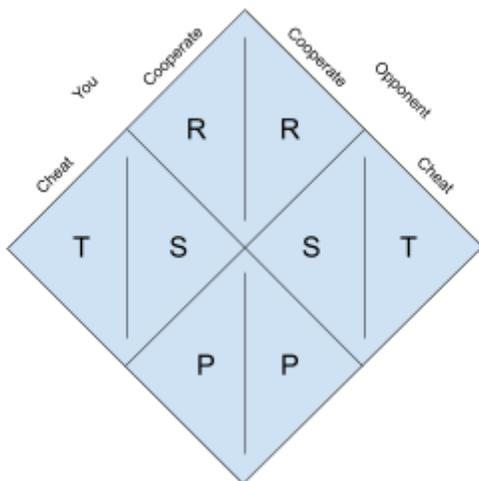
當互動次數很少（例如只有一回合）時，沒有足夠時間建立信任與合作，此時 **CHEATER**（永遠背叛者）可能會得到更好的報酬。

- 如果改變報酬結構，會發現最佳策略也會跟著改變。

一個重要的觀察是，這個遊戲是一種非零和賽局（**non-zero-sum game**）。意思是兩位玩家可以同時獲益，形成雙贏局面，這有助於促進合作。在這個遊戲中，雙贏的來源是因為機器會「產生新的金錢」。

相反地，若是零和賽局（**zero-sum game**），那麼一方的收益必然等於另一方的損失。在零和賽局中，就很難發展合作，因為不存在可以共同追求的整體利益。

練習：請參考圖表中的權衡關係(trade-offs)。



R = 雙方合作時的報酬
S = 被背叛者的報酬
T = 背叛的報酬
P = 雙方背叛時的報酬

Part 1: 請排列RPST的大小關係使賽局能夠鼓勵合作。

答案：

$$T > R > P > S$$

Part 2: 找出一個條件，使得「合作」比「一半時間贏、一半時間輸(也就是雙方交錯輪流背叛、缺乏合作)」更好。

答案：

$$R > \frac{T+S}{2}$$

這兩個不等式定義了一個「囚徒困境賽局」。

失誤

假設玩家有一個很小的機率會發生失誤，導致他做出與其策略原本意圖相反的行動。在這種情況下，例如 **COPYCAT** (以牙還牙者)可能會陷入一連串互相報復的循環，永遠無法停止。

請引入一些能處理這種隨機失誤的新策略：

- **COPYKITTEN**(小貓模仿者)：類似 **COPYCAT**。若對手上一回合是「合作」，它就模仿合作；但只有在對手連續兩回合都背叛時，它才會背叛。它比 **COPYCAT** 更寬容。
- **SIMPLETON**(單純者)：一開始合作。之後若對手合作，就重複自己上一回合的行動；若對手背叛，就改做與自己上一回合相反的行動。

- **RANDOM**(隨機者): 以 50/50 的機率隨機選擇合作或背叛。

嘗試用這些新玩家進行賽局模擬, 並觀察。

沙盒(Sandbox)

試著找出一個遊戲的狀態(給出玩家的數量與類型、報酬設定、賽局規則), 不須每個玩家都相同條件, 滿足以下其中一種結局:

- **RANDOM** (隨機者)會獲勝。
- **COOPERATOR** (永遠合作者)會獲勝。
- 兩種不同類型的玩家能夠存活下來。
- 三種不同類型的玩家能夠存活下來。
- 其他

總結

回顧所有關鍵重點, 並展開討論吧!

以下列出一些切入點

- 未來有重複賽局的可能
 - 如果沒有時間彼此學習, 就無法建立合作。
 - 如果沒有未來可以影響, 也無法建立合作。
- 存在雙贏的可能性
 - 在零和賽局中無法合作。
但現實生活中的大多數情境都是非零和賽局, 允許所有玩家都獲得某種程度的利益。
 - 請回想 **T**、**R**、**S**、**P** 之間的數學限制條件。
- 低誤解率
 - 適度的寬容是有利的, 能夠克服一些小型誤解或失誤。
- 不存在與其他玩家無關的最佳策略, 策略必須根據環境與對手調整。
- 不要意氣用事
 - 如果你只追求個人最佳結果, 或只想勝過別人, 就無法建立合作。
- 不要先背叛
 - 如果被背叛, 你必須做出回應;
 - 但如果先背叛, 會建立不信任, 而合作就需要花時間重新建立。
- 對合作與背叛都要做出回應
 - 如果沒有回應, 會導致被利用, 或導致不信任。
- 不要過度耍小聰明
 - 讓其他玩家能理解你的策略。這能建立信任, 因為結果會更可預測。

數學背景與參考資料

本活動是基於 Nicky Case 所設計的遊戲《信任的演化 (The Evolution of Trust)》(<https://ncase.me/trust/>).

理論基礎來自 Robert Axelrod 的著作：

- 《合作的演化 (The Evolution of Cooperation)》(1984)
- 以及《合作的複雜性 (The Complexity of Cooperation)》(1997)

更多資料請參考 <https://ncase.me/trust/notes/>

創作分享!

分享於社群平台上請標誌 #idm314trust 和 #idm314.

© 2025 Daniel Ramos

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).