



Güvenin Evrimi

Bu etkinlik, Oyun Teorisi'ne bir başlangıç sayılır. Meşhur “mahkum ikilemi” ve muhtelif biçimsel oyun, strateji, işbirliği/ihanet, birlikte çalışma kavramları etrafında şekillenir. Etkinlik, iki rakip oyuncu arasındaki (sadeleştirilmiş) rekabet durumunu matematiksel olarak analiz eder. Birbirlerine düşmanca bir strateji uygulamak yerine, oyuncuların ikisi için de fayda elde edilecek bir strateji geliştirebilmenin koşullarını ortaya koyar.

Hem Oyun Teorisi hem benzer analizlerin ekonomi, siyaset, çatışma çözümü gibi alanların yanı sıra, evrimsel biyoloji gibi türlerin rekabet ettiği alanlarda da uygulaması vardır.

Etkinlik, Nicky Case'in (<https://ncase.me/trust/>) çevrimiçi oyunu olan “Güvenin Evrimi” oyununa dayanmakta, bu oyun da Robert Axelrod'un “İşbirliğinin Evrimi” (orijinal İngilizce baskısı: Basic Books, 1984, türkçe tercümesi Kadir Gülen FOL, 2023) adlı kitabına dayanmakta.

Katılımcılar:

Önerilen yaş: 14 ve üzeri. Oynamak için, her ne kadar pek matematik bilgisine ihtiyaç olmasa da, paradoksları belirleme ve çıkarımlar yapma gibi bazı mantıksal argümanları yapabilmek için belli bir matematiksel olgunluk gerekebilir. Siyaset ve ahlak ile doğrudan ilgili olmayan bir etkinlik olsa da, birtakım çıkarımlarla, fikir teatilerine yol açabilir.

Hazırlık:

İlk bölüm için, bir miktar bozuk para (jeton) ve birkaç kağıt yeterli. Katılımcı sayısının otuz katı kadar bozuk para uygun olur veya kuru fasulye, nohut, fındık ya da birtakım ufak nesneler de kullanılabilir. Katılımcı çift başına oynanan oyun sayısına (tur) göre bu miktarlar azaltılabilir.

İkinci bölümde, birlikte simülasyonları izleyebilmek ve tartışabilmek için bir öğretmenin bilgisayar kullanarak bir ekrana yansıtması gerekir.

Giriş

İnceleyeceğimiz matematik konusu şaşırtıcı olacak! Konunun ismi Oyun Teorisi. Ekonomide, siyasette, çatışma çözümünde ve hatta evrimsel biyolojide kullanılmakta. Oyun Teorisi'nde biçimsel oyunlar tasarlanır ve bu oyunlarda iki veya daha fazla oyuncunun kazanabilmek için rasyonel kararlar vermeleri

gerekir. Her oyuncu, oyunun ortamı ve diğer oyuncuların davranışına göre strateji dediğimiz bir dizi kural geliştirebilir.

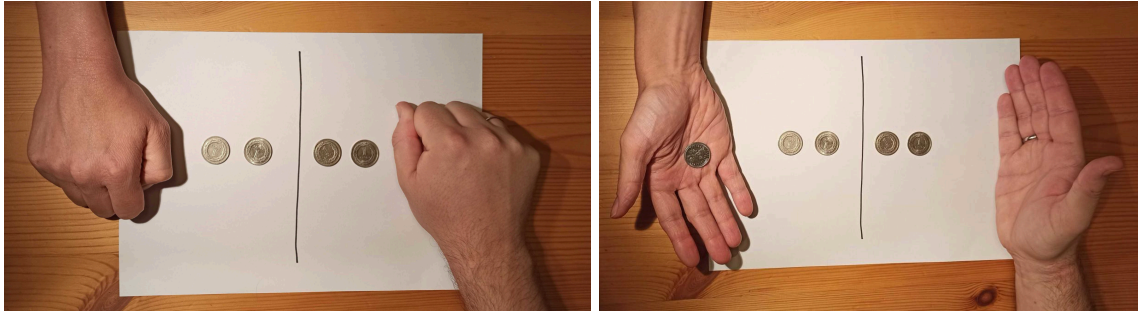
Bu teoriye göre, bildiğimiz satranç veya poker de oyun sayılıyor elbette ama rekabetçi bir piyasada sattıkları malların fiyatlarını belirleyen perakendeciler, jeopolitik çatışmaları müzakere eden hükümetler, ekosisteme uyum sağlamak için evrim geçiren biyolojik türler gibi gerçek hayatın içinden de oyun olarak modellenebilecek örnekler çıkıyor.

Basit olsa da derin düşüncelere ilham verebilecek bir oyun oynayacağız.

Oyun (bir tur)

Oyun iki kişilik. Oyuncular Ali ve Begüm olsun. Önce bir tur oynayacaklar. Masada karşılıklı oturuyorlar. Önlerinde bir kağıt var. Üzerine bir çizgi çekilerek iki kısma ayrılmış. Bu kağıt, para makinesini temsil ediyor ve kağıtta her oyuncunun sağında kalan taraf kendine ait (bkz. şekil). Masanın altında herkesin bir jeton kutusu var. Makinenin işleyişi şöyle:

- Makinaya, yani kağıdın üzerine, her iki yarıya iki adet olmak üzere dört jeton yerleştirilir.
- İlk adım kendi tarafına bir jeton daha alıp almamaya karar vermek. Oyuncular aynı anda karar vererek, diğerine göstermeden sağ ellerine masanın altından bir jeton alırlar veya almazlar. Ve kapalı olarak sağ ellerini kağıdın yanına koyarlar (bkz. şekil)
- Aynı anda eller açılır.
- Eğer Ali yeni bir jeton koymuşsa, Ali'nin tarafındaki (kağıttaki iki ve elindeki bir olma üzere) üç jetonu da Begüm alır. Aynı şekilde eğer Begüm yeni bir jeton koymuşsa, Ali Begüm'ün tarafındaki üç jetonu alır. Eğer Ali eline yeni bir jeton almamışsa, Begüm hiç birşey almaz. Aynı şekilde Begüm jeton almamışsa, Ali hiç bir şey almaz.
- Oyunun hedefi jeton sayınızı mümkün olduğunca arttırmaktır.



Bir jeton eklerseniz, rakibiniz üç jeton kazanıyor.

Bir tur ardından analiz. Mahkum ikilemi

Öğrencilerin izlenimleri nedir? Stratejileri nasıl?

Bir oyuncunun eline bir jeton alarak rakibini ödüllendirildiği eyleme “işbirliği” diyelim. Jeton almayarak rakibinize jeton kazandırmayan eyleme de “hile” diyelim. Ve bir tur ardından oyunun olası dört değişik sonucunu aşağıdaki tabloya yazalım:

Sen	İşbirliği		Rakip Oyuncu
	Hile	Hile	

Tabloya, olası her sonuç için her iki oyuncunun jeton sayısını şu şekilde işleyelim: iki oyuncunun da işbirliği yaptığı durumda, yani hem Ali hem Begüm ellerine jeton almışlarsa, Ali Begüm’ün tarafındaki 2 jetonu ve Begüm’ün elindeki jetonu alır, yani 3 jetonu olur. Begüm’ün de aynı şekilde 3 jetonu olur. Dolayısıyla kendi taraflarındaki jeton sayısı 1’den 3’ çıkar, tabloya +2 yazarız. Birinin işbirliği birinin de hile yaptığı durumda ise, işbirliği yapan, diğerine 3 jeton verir, dolayısıyla hile yapanın boş eline 3 jeton geçer, yani hanesine +3 yazılır, işbirliği yapan ise kendi elindeki jetonu da verdiği için, hanesine -1 yazılır. İki taraf da hile yaptığında, boş eller boş kalır.

Sen	İşbirliği		Rakip Oyuncu
	Hile	Hile	
	+2	+2	
+3	-1	-1	+3
	0	0	

Peki, en iyi strateji nedir?

- Rakibiniz işbirliği yaparsa, hanenize ya +2 (siz de işbirliği yaparsanız) ya da +3 (hile yaparsanız) yazılıyor, yani bu durumda hile yapmış olmak daha avantajlı gözüküyor.
- Rakibiniz hile yaptığında ise, hanenize ya -1 (işbirliği yaparsanız), ya da 0 (hile yaparsanız) yazılıyor, yani yine hile daha avantajlı gözüküyor.

Sanki her durumda hile yapmak daha iyi gözüküyor. Öte yandan, aynı mantık rakibiniz için de geçerli olduğuna göre, rakibiniz de sizin gibi hile yapmanın daha avantajlı olduğunu düşünecek. Ve ikiniz de hile yapıp, hiç jeton kazanmayacaksınız. Halbuki ikiniz de işbirliği yapsaydınız, ikiniz de ikişer jeton kazanacaktınız. İki taraf da bu fırsatı kaçırdı! İşte ikilem burada!

Bu oyuna, anlatımı değişik olsa da prensibi benzer olduğundan “Mahkumun İkilemi” de deniyor : İki hırsız yakalanır. Birbirinden habersiz savcı karşısına çıkacaklardır. Her biri diğerini suçlayabilir (hile) ya da sessiz (işbirliği) kalabilir. İkisi de sessiz kalırsa 1 yıl hapis cezası alacaklar, biri diğerini suçlar ama diğeri susarsa, suçlayan serbest kalacak ve susan 3 sene yatacak, ikisi de birbirini suçlarsa 2şer sene yatacaklar. Deminki gibi, her mahkum, diğeri ne yaparsa yapsın hile yapmanın kendisi için daha iyi olduğunu düşünecek. İkisi de böyle düşünüp hile yapacaklar ve 2şer sene yatacaklar. Halbuki ikisi de sussaydı birer sene ile kurtulacaklardı!

Üstüste oynayınca

Oyun tek sefer oynandığında, hile daha iyi gözüküyor. Rakibinizi sözle ikna etmeye çalışırsanız dahi, sizi kandırmayacağından emin olamazsınız. Oyun tekrar tekrar oynandığında ise durum değişiyor. Üstüste oynadığınızda, oyunun kurallarına ek olarak, rakibinizin önceki eylemlerini göz önüne alarak karar verebilirsiniz.

Her oyuncu 10 jeton ile başlasın. Makinayı (kağıdı) beslemek için de 40 jeton bir kutuda (banka¹) dursun. Her tur ardından, banka makinayı (kağıdı) 2 tarafına 2 jeton koymak suretiyle besler. Oyun tekrarlanarak oynanır ve hedef mümkün olduğunca çok jeton biriktirmek.

Burada da rakibinize jeton kazandırtmanız mümkün ama bunun bir maliyeti var. Aynı şekilde, rakibiniz de aynı maliyet karşılığı size jeton kazandırabilir. Rakibiniz bir sonraki turda ne yapacağınızı bilmez ama önceki turlarda yaptığınız hamleleri hatırlar.

Birkaç tur oynayarak bir strateji geliştirmeye çalışın. Bir öğrenciyle bir süre oynadıktan sonra başka bir öğrenciyle de oynayın. Sonra da stratejilerinizi, bulgularınızı bütün sınıfla paylaşın.

Kara tahtaya stratejileri yazalım. Aşağıda olası bazı stratejileri yazdık:

- HİLEKAR: Her zaman hileyi seçer.
- ORTAK: Her zaman işbirliğini seçer.
- TAKLİTÇİ: İlk olarak işbirliği yapar, sonra rakip bir önceki turda ne yaptıysa onu tekrar eder.

¹ Bu sayılar 10 tur için. Eğer n tur oynanacaksa, her oyuncu n jeton ile başlamalı ve bankada da, oyuncuların veya makinenin tüm paraları tükettiği uç durumları hesaba katarak 4n jeton olmalı.

- KİNDAR: İşbirliği ile başlar ve rakibi hile yapana kadar hep işbirliği yapar ama rakip bir turda hile yaparsa, ondan sonraki turlarda hep hile yapar.
- DETEKTİF: Rakibi test etmek için birkaç tur oynar (mesela işbirliği, hile, işbirliği, işbirliği). Sonra eğer rakip hiç hile yapmıyorsa, fırsat bilir ve hep hile yapar. Eğer rakip hile yaparsa bu sefer • TAKLİTÇİ gibi yapar.

Başka stratejiler çıkarsa, bunları da hoş bir isim vererek tahtaya yazın.

Hangi stratejinin en iyisi olduğunu tartışmaya açın.

Önemi tespit: Mutlak anlamda en iyi strateji diye birşey yok!

Alıştırma: Rakibin stratejisinden bağımsız olarak, herhangi bir stratejinizin en iyisi olamayacağını gösterin. Düşünelim: Diyelim ki rakibiniz HİLEKAR. En iyi strateji nedir? Diyelim ki KİNDAR. En iyi strateji nedir?

Sonuç olarak, rakip ne yaparsa yapsın, kazanmayı garantileyen bir strateji yok. Bu sonuç, satranç gibi, her zaman size en büyük avantajı getirecek hamleyi yapmak gereken oyunlardan farklı.

Önemli tespit: Güven oluşturabilmek için oyunu üstüste oynamak gerekiyor. Geçmiş deneyimler, rakibinizi değerlendirmenize yardımcı oluyor. Ve oynarken bir tur daha oynayabileceğinizi bilmek gerektiğinden, oyun belirsiz sayıda tur ile üstüste oynanmalıdır.

Alıştırma: Tur sayısı bilindiğinde, yine ilk başta ortaya çıkan ikilemle (yani yine en iyi stratejinin hile olduğu) tekrar karşılaşacağımızı gösterin. İpucu: Son tura geldiğinizde, etkileyecek bir gelecek olmadığından, tek turdaki gibi en iyi strateji hile olacak. Son turda iki oyuncu da hile yapacağına göre, önemi olan tur sondan bir önceki tur olacak. Yani onda da hile yapmak avantajlı gözükecek. Tümevarımla, tüm oyuncular her turda hile yapacak! Bu argümanın geçerli olup olmadığını tartışın.

Bilgisayar simülasyonları

Artık bilgisayar kullanarak yüzlerce oyun simüle edip analiz yapabiliriz. Sonuçlar, hangi strateji iyi anlamamız için yardımcı olacak.

Öğretmen bilgisayarda, Nicky Case'in *Güvenin Evrimi* oyununu (<https://ncase.me/trust/>) açıp bütün sınıfla projeksiyonla paylaşır. Doğrudan 3. Bölüme "Turnuva" geçebilirsiniz.

Burada, farklı stratejileri olan iki rakip arasındaki her olası seçimi karşılaştırarak beş stratejiye bakıyoruz.

Not: Oyunda söylendiği gibi, herkes bahislerini yapsın. İki oyuncu arasındaki her maçı analiz edebilirsiniz. Birinci Dünya Savaşı hakkındaki yorumları yok sayabilirsiniz.

Önemli tespit: Kazanan TAKLİTÇİ. "Kısasa kısas" diye adlandırabileceğimiz bu strateji ahlaki bir ilke olarak da görülebilir. Karşınızdakine size davrandığı gibi davranın. Bir yandan işbirliğine açık olmayı, bir yandan da başkalarının suistimallerine karşı kendini savunmayı birleştiriyor. Burada önemli bir nokta

daha var: bu strateji bize herhangi bir ahlaki anlayış sebebiyle dayatılan bir şey değil, matematiksel bir gerçek.

Evrım

Şimdi, her biri tek bir strateji kullanan birçok oyunculu bir senaryoda neler olabileceğini simüle edelim. Haliyle oyuncuların bir kısmı kazanacak bir kısmı kaybedecek. Farz edelim ki kaybedenler stratejilerini değiştirmeye ve kazananların stratejisini taklit etmeye karar verdiler. Uzun vadede ne olur? Herkesin aynı stratejiyi uyguladığı bir duruma mı evrilir?

Çevrimiçi oyunda, **4. Tekrarlanan Turnuva** bölümüne gidelim. Açıklamadan, TAKLİTÇİ'nin neden turnuvayı kazandığını yavaş yavaş anlamaya çalışalım.

Güvensizlik

Taklit stratejisi kazanan gibi gözükse de, bu çok hassa bir oyun. Birkaç nedenden dolayı işler ters gidebilir:

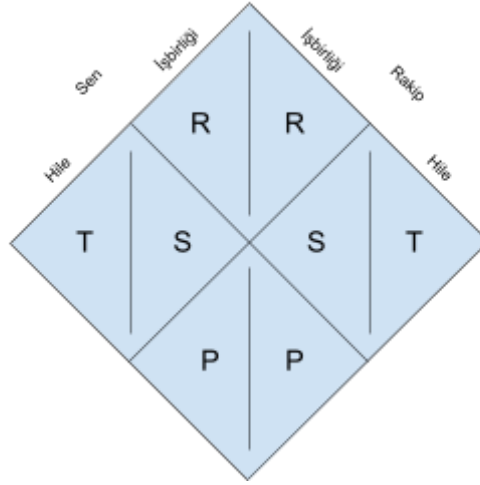
- Yeterli etkileşim olmaması. Simulationlar, maç başına tur sayısı azaldığında, TAKLİTÇİ'nin artık kazanan olmadığını gösteriyor.

Önemli tespit: Az etkileşim olduğunda, mesela tek bir turda, işbirliği için yeterli güven oluşturmaya zaman kalmayabilir ve hile yapana yarayabilir.

- İşbirliğine yeterli teşvik olmaması. Ödülleri değiştirirseniz, kazanma stratejilerinin de değiştiğini görebilirsiniz.

Önemli tespit: Bu sıfır-toplamlı-olmayan bir oyun. Yani, her iki oyuncu da kazan-kazan durumuna gelebilir ve işbirliğini teşvik edebilir. Bizim oyunumuzda bu durumun oluşma sebebi, makinenin yeni para üretmesinden kaynaklanıyor. Peki sıfır-toplamlı-oyun nedir? Bir oyuncunun her kazancının diğeri için kayıp olduğu bir oyundur. O zaman, ortak bir fayda imkanı olmadığından, işbirliği geliştirmek imkansız olur.

Alıştırma: tablodaki avantaj ve dezavantaj durumunu inceleyelim:



where:

R = karşılıklı işbirliği ödülü (ikiniz de işbirliği)

S = kandırılma (sen işbirliği, rakip hile)

T = hilenin çekiciliği (sen hile, rakip işbirliği)

P = karşılıklı hile cezası (ikiniz de hile)

Bölüm 1: İşbirliğini teşvik eden bir sıralama yazalım.

Cevap:

$$T > R > P > S$$

Bölüm 2: Öyle bir koşul bulun ki, işbirliği her oyuncunun diğerini sırayla sömürerek bir kazanıp bir kaybettiği duruma tercih edilir olsun.

Cevap:

$$R > \frac{T + S}{2}$$

Cevaplardan çıkan iki denklem “Mahkum ikilemi” oyununu belirler.

Hatalar

Bir varsayım yapalım: Bir oyuncunun niyetinin dışında hareket etme olasılığı yoktur. Yani hiçbir oyuncu stratejisinin tersine hareket etmez.

Yoksa, mesela TAKLİTÇİ , sonsuza dek misilleme zincirine takılırdı.

Rastgele hatalarla baş etmek için bazı yeni stratejiler tanımlayalım:

- MAYMUN: aslında TAKLİTÇİ’ye benzer ama daha insafli bir strateji uyguluyor. Yien TAKLİTÇİ gibi eğer rakibi “işbirliği” derse o da bir sonraki hamlede “işbirliği”ni seçiyor. Ama ancak rakibi iki kere üstüste “hile”yi seçerse “hile” yapıyor.

- BASİT: “İşbirliği” ile başlıyor. Rakip de işbirliği yaparsa, tekrar ediyor. Rakip hile yaparsa da tersini yapıyor.
- GELİŞİGÜZEL: yüzde elli elli diyerek gelişigüzel seçiyor..

Yeni oyuncularla turnuva yapın..

Kum Havuzu

Oyunu (yani oyuncu sayısı ve strateji türü, ödüller, turnuva kuralları) öyle bir şekillendirin ki, sonunda:

- GELİŞİGÜZEL kazansın.
- ORTAK kazansın..
- İki tür strateji kalsın.
- Üç tür strateji kalsın.
- Kendi başınıza keşfedin.

Sonuçlar

Tüm önemli çıkarımları özetleyelim ve bir tartışma/münazara başlatalım.

İşbirliğini teşvik eden noktalar:

- Tekrar edilen etkileşimler
 - Birbirimizden öğrenmek için zamanımız yoksa işbirliği yapamayız.
 - Etkileme şansımız olan bir gelecek yoksa işbirliği yapamayız.
- Kazan-kazan durumlarının olasılığı
 - Sıfır-toplamlı bir oyunda işbirliği yapamazsınız. Ancak hayattaki oyunların pek çoğu sıfır-toplamlı-olmayan oyunlardır ve tüm oyuncuların birşeyler kazanmasına olanak tanır.
 - T,R,S,P üzerindeki matematiksel kısıtları hatırlayın.
- Düşük iletişim
 - Affetmek ve küçük iletişim hatalarının üstesinden gelmek faydalı.
- Diğer oyuncuların bağımsız bir kazanma stratejisi yok, ortama uyum sağlamak gerekiyor.
- Kıskanç olmayın
 - Bir tek kendi kazancını düşünerek ve diğerlerinden daha fazla kazanmak isteğiyle işbirliği yapamazsınız.
- Hile yapan ilk kişi olmayın
 - Hile karşısında tepki vermelisiniz ama hile güvensizlik yaratır ve işbirliğini tekrar inşa etmeyi gerektirir.
- İşbirliğine de hileye de karşılık verin
 - Tepkisizlik sömürüye veya güvensizliğe yol açar.
- Fazla zeki olmaya çalışmayın
 - Diğer oyuncuların stratejinizi anlamasına izin verin. Bu güven ortamını geliştirir.

Mathematical background and resources

Bu etkinlik yazarı Nicky Case (<https://osaatcioglu.github.io/trust/>) olan “Güvenin Evrimi” oyununa dayanmaktadır.

Oyun ise Robert Axelrod’un “İşbirliğinin Evrimi” (1984) ve devamı olan “İşbirliğinin Karmaşıklığı” (1997) kitaplarına dayanmaktadır.

Daha fazla kaynak için: <https://ncase.me/trust/notes/>

Yarat ve Paylaş!

Bulgularınızı **#idm314trust** ve **#idm314** etiketlerini kullanarak paylaşın.

© 2025 Daniel Ramos

Bu eser [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) lisansı altında yayınlanmıştır.