



Танення льоду та порядки величин

Учасники:

Вік учасників від 12 років.

Огляд:

Ця активність до Міжнародного дня математики складається з двох незалежних частин. Обидві стосуються важливих питань про те, що може статися з нашою планетою. У першій активності питання зосереджене на проблемі підвищення рівня моря через глобальне потепління. У другій активності обговорюється більш загальне питання про те, як проблеми оцінки, пов'язані з нашою планетою, можуть бути вирішені з математичної та стратегічної точки зору.

Не соромтеся експериментувати з цими двома видами активності. На кожну вправу ви можете використати близько години, залежно від того, скільки часу ви вирішите відвести на обговорення. Ви можете виконувати лише одну з них, або обидві, одну за одною, або в різні дні.

Як загальна підготовка вам потрібно лише ознайомитися з темою та ресурсами, наведеними нижче, і підготувати деякі цікаві дані, якими ви зможете поділитися з учнями в певні моменти.

Активність 1 - Танення льоду

Ця активність досліджує, що станеться, якщо крижані шапки планети повністю розтануть. На певному етапі (можливо, на початку та/або наприкінці вправи) вам слід нагадати учням, що це гіпотетичний сценарій, створений для того, щоб потренувати математику, фізику та знання про Землю. Дослідження показують, що протягом минулого століття середній рівень моря піднявся приблизно на 16-21 см, і очікується, що протягом цього століття він підніметься ще приблизно на 30 см. Хоча реальні дані викликають занепокоєння і потребують уваги, тут ми розглянемо більш екстремальні катастрофи.

1. Що перше спадає вам на думку?

Почніть з наступного запитання: "Як ви думаєте, що станеться з нашим містом, якщо рівень океану підніметься на 2 метри?"

Заохочуйте студентів до творчого підходу до відповідей. Чи зміниться берегова лінія? Чи буде міграція і біженці з прибережних міст? Проблеми з виробництвом продуктів харчування? Якісь економічні наслідки? Чи змінять річки своє русло? Якісь наслідки для фауни? Мета - змусити їх думати, а не давати правильні відповіді (але ви можете запропонувати трохи інформації, наприклад, посилання [4]).

Змініть числа у самому запитанні. Що буде, якщо океан підніметься на 5 см? А якщо на 10 м?

2. Що, якщо розтане Північний полюс?

Запитайте, що сталося б, якби лід на Північному полюсі розтанув. Залиште учням час, щоб вони самі придумали відповіді. Через деякий час нагадайте їм, що крижана шапка Північного полюса — це крижана маса, яка плаває в океані (ми не будемо розглядати Гренландію як частину крижаної шапки). Запропонуйте наступний експеримент:

Припустимо, що у вас є склянка з водою, наповнена до краю, тому він не може містити більше води. На воді плаває кубик льоду. Більша частина льоду знаходиться під водою, але є куточок, що стирчить над поверхнею води. Тоді припустимо, що ви залишите склянку з водою та льодом при кімнатній температурі, поки лід не розтане. Що станеться? Вода вилляється через край склянки? Чи знизиться рівень?

Запитання: Що станеться з рівнем моря, якщо крижана шапка, що плаває на Північному полюсі, розтане?

Відповідь: Рівень моря залишиться таким самим. У прикладі з кубиком льоду, який плаває в склянці, рівень залишатиметься таким самим, вода не вилляється.

Пояснення використовує фізику плавучості (принцип Архімеда). Уявіть, що ви вибираєте певну область води в склянці, область, розташовану нижче та в контакт з поверхнею. А тепер уявіть, що вода всередині цієї області перетворюється на лід. Він буде розширюватися вгору, займаючи частину повітря вгорі. Але оскільки кількість молекул води однакова, маса цього льоду точно така ж, як і вода, яка була раніше, і тому виштовхувальна сила, яку чинить решта води, така ж, як і раніше, і точно протидіє силі ваги льоду. Лід залишається в плавучій рівновазі.

Тому, якби крижана шапка Північного полюса розтанула, рівень Світового океану

залишився б абсолютно таким самим. Звичайно, буде багато інших важливих наслідків для довкілля, клімату та планети в цілому.

3. Що, якщо розтане Південний полюс?

Тепер надайте той факт, що на Південному полюсі крижана шапка знаходиться над сушею – Антарктидою. Тому, якби антарктичний лід розтанув, то в океан додалося б багато води. Попросіть своїх учнів обчислити, наскільки піднявся б рівень моря. Щоб знайти цю оцінку, потрібні деякі дані. Ви можете запропонувати учням пошукати ці дані самостійно в Інтернеті, або ви можете надати їм цифри, наведені нижче. Якщо ви вирішите не надавати даних своїм учням, розпочніть дискусію про те, які дані (і формули) потрібно знайти. Якщо хтось знайде кінцевий результат онлайн, ви можете попросити обґрунтувати або відтворити цей результат на основі простіших даних.

Запитання: Лід в Антарктиді займає площу 14 мільйонів км² і має середню товщину 2 км. Землю можна вважати кулею радіусом 6371 км і на 70% заповненою водою. Вода щільніша за лід, 1 м³ льоду дорівнює 0.9 м³ води. Якщо весь лід над сушею Антарктиди розтане, наскільки підвищиться рівень моря?

Відповідь: Близько 70 м.

Об'єм льоду на суші Антарктики становить

$$14 \text{ млн км}^2 \times 2 \text{ км} = 28 \text{ млн км}^3 \text{ льоду.}$$

Якби цей лід розтанув, він би перетворився на

$$28 \text{ млн км}^3 \text{ льоду} \times (0.9 \text{ м}^3 \text{ води} / 1 \text{ м}^3 \text{ льоду}) = 25.2 \text{ млн км}^3 \text{ води.}$$

З іншого боку, поверхня Землі має площу

$$4 \times \pi \times \text{радіус}^2 = 4 \times 3.1416 \times (6371 \text{ км})^2 = 510 \text{ млн км}^2.$$

Якщо лише 70% цієї поверхні становить вода, це дає нам поверхню для океанів:

$$510 \text{ млн км}^2 \times 0.7 = 357 \text{ млн км}^2.$$

Тепер можна припустити, що весь розталий лід буде накопичуватися на тій самій поверхні, що й океани. Оскільки об'єм дорівнює площі поверхні, помноженій на висоту,

$$\text{Об'єм} = \text{Площа} \times \text{Висота}$$

тоді підвищення висоти рівня моря є просто відношенням об'єму доданої води до поверхні океанів:

$$h = 25.2 \text{ млн км}^3 / 357 \text{ млн км}^2 = 0.0705 \text{ км} = 70 \text{ м.}$$

Таким чином, за нашими оцінками, якби весь лід в Антарктиді розтанув, рівень океану піднявся би приблизно на 70 метрів.

Чи можемо ми покращити модель? Один із варіантів — врахувати, що не вся вода буде накопичуватися над існуючим океаном, а частина розтечеться по деякій частині суші на невеликій висоті, затоплюючи її.

Запитання: Припустимо, що близько 10% суші буде затоплено, а середня висота цього затопленого регіону становить 10 м. Наскільки підніметься рівень океану в цьому випадку?

Ці два числа взяті наобум, змініть їх, щоб побачити, чи суттєво зміниться результат.

Відповідь:

Поверхня суші становить 30% поверхні Землі.

$$510 \text{ млн км}^2 \times 0.3 = 153 \text{ млн км}^2$$

Тепер ми маємо 10% затопленої суші, тобто,

$$153 \text{ млн км}^2 \times 0.1 = 15.3 \text{ млн км}^2$$

Оскільки ця затоплена територія має в середньому висоту 10 м, це означає, що середня висота води над нею буде $h=0,01$ км. Тут рельєф затопленої території не має значення, оскільки ми знаємо, що середня висота становить 10 м.

Тепер об'єм нової води розраховується наступним чином:

$$\text{Об'єм} = \text{Площа}_{\text{океанів}} \times h + \text{Площа}_{\text{затоплень}} \times (h-0.01 \text{ км})$$

Об'єм нової води і площа океанів такі самі, як і в попередньому прикладі. Розв'язання для h дає:

$$h = 68 \text{ м.}$$

Бачимо, різниця дуже невелика. Це не дивно: 10% суші - це лише 3% поверхні Землі. Ми можемо грати з цими двома значеннями як з параметрами. У крайньому випадку, якби вся суша мала нульову висоту, підйом все одно становив би 49,4 метра, тобто був би дуже високим.

У джерелі [2] дано відповідь про підвищення рівня моря на 73,32 м, ймовірно, там використані більш точні дані, ніж наша швидка оцінка. Остаточна цифра цього дослідження — підвищення рівня моря на 80,32 м, якщо врахувати Гренландію та всі інші льодовики на Землі.

Як ми зазначали раніше, це малоімовірний катастрофічний сценарій. Прогнозується підвищення рівня на 30 см до кінця століття. Іншим фактором, який суттєво впливає на рівень моря, є теплове розширення води через підвищення температури. Це не тільки підвищує рівень моря, але й прискорює ритм танення льодовиків

Посилання:

Ви можете скористатися наступними ресурсами, щоб збагатити дискусію реальними даними та інтерактивними візуалізаціями:

1. Презентація з оглядом сучасних досліджень танення льодовикових шапок.
<https://imaginary.org/program/simulating-the-melting-of-ice-caps>
2. Реальні дані від експертів, подані в освітньому контексті.
<https://serc.carleton.edu/eslabs/cryosphere/6b.html>
3. Картографічний додаток, що дозволяє спостерігати, які частини світу будуть покриті водою після підвищення рівня моря.
<https://www.floodmap.net/>
4. Усього 10 % населення світу проживає в низько розташованих прибережних районах, тобто на висоті менше 10 м над поточним середнім рівнем моря.
McGranahan, G., Balk, D., and Anderson, B.: The rising tide: Assessing the risks of climate change and human settlements in low elevation coastal zones, Environ. Urban., 19, 17–37, <https://doi.org/10.1177/0956247807076960> , 2007.

Активність 2 - Порядки величин у питаннях про Землю

Як ми можемо знайти відповіді на питання великого масштабу, коли у нас мало даних? Іноді статистичні дані про певне явище недоступні: можливо, тому, що масштаб занадто великий (наприклад, вся планета) або занадто малий (ваше місто, ваша школа), і жодна установа не збирала ці дані. Іноді неможливо отримати дані, тому що ми не можемо дати точну кількість (скільки дерев у світі?) або тому, що вона є гіпотетичною (скільки дерев потрібно, щоб поглинути поточні викиди CO₂?) Для таких питань ми шукаємо лише приблизну оцінку *порядку величини* відповіді. Такі оцінки часто називають [оцінками Фермі](#).

Існує багато прийомів, які ми можемо використовувати, щоб дати відповіді на ці питання. У цій активності ми дослідимо цю техніку і застосуємо її до деяких екологічних питань, пов'язаних з планетою Земля.

1. Запитання для розминки.

Попросіть своїх учнів знайти відповіді на наступні запитання:

- а. Скільки їжі споживається за день у всьому світі?
- б. Скільки сміття додається за день у всьому світі?
- в. Скільки літрів води потрібно на день у всьому світі лише для індивідуального споживання (не враховуючи промисловість та сільське господарство)?

Для кожного з них учні мають отримати оцінку на основі власного досвіду (скільки їжі я з'їдаю щодня, скільки сміття я викидаю тощо), і ви можете надати їм статистичні дані, такі як населення світу (7 мільярдів осіб). Поставте їм такі запитання як варіативність цих чисел. Чи однакове споживання їжі на людину в усьому світі? А як щодо сміття? Як щодо сміття, яке продукує промисловість, його більше чи менше за сміття окремих людей? Ви можете знайти деякі «офіційні» відповіді на ці запитання, пошукавши в Інтернеті. Почніть обговорення після надання відповідей.

2. Питання з неповною інформацією.

Поставте своїм учням цей новий тип запитань, де їм потрібно буде отримати дані з непрямих джерел і зробити прості моделі та оцінки:

- a. Скільки літрів води використовує школа (чи будівля, в якій ви зараз перебуваєте) щотижня?
- b. Скільки травинок на футбольному полі (чи будь-якому іншому спортивному майданчику чи саду)?
- c. Скільки CO₂ видихають усі учні/учасники за день?

3. Глибші питання.

Поставте наступне запитання:

Як ви думаєте, який об'єм усіх пластикових пляшок щодня потрапляє в океан? Дозвольте своїм учням вгадати (і допоможіть їм у цьому) кроки розв'язання проблеми та знаходження оцінки. Деякі питання, що можуть виникнути:

- Який правильний порядок величини? Кілограми? Тонни? Мільйони тонн? Мільярди тонн?
- Скільки пластику виробляє людство?
- Яка частина потрапляє в океан?
- Ви можете припустити, що пластик, який не переробляється, а неправильно обробляється, надходить лише з особистого споживання, а не від промисловості, тому ви можете спробувати оцінити, скільки пластику споживає людина, і помножити на певну кількість населення.
- Скільки людей проживає в прибережних районах (країнах з узбережжям)? Ви можете припустити, що тільки країни з узбережжям забруднюють океани.

Для кожного кроку можна спробувати зробити припущення або знайти інформацію в Інтернеті.

Ведіть дискусію відкрито. Її мета полягає в тому, щоб змусити учнів обговорювати величини та їх співвідношення. Через деякий час попросіть їх дійти до певного спільного числа.

Нарешті, скористайтеся посиланням на статтю [4], щоб дати експертну відповідь: від 4,8 до 12,7 мільйонів тонн пластикового сміття, викинутого в океан у 2010 році, із перспективою зростання на порядок (тобто в 10 разів) до 2025 року, якщо не буде вжито жодних заходів.

Розпочніть фінальний раунд обговорення наслідків забруднення океанів.

4. Бонусний проєкт

Запропонуйте своїм учням як бонусний проєкт останнє питання Фермі, яке вони можуть дослідити самостійно (наприклад, удома, з друзями чи родиною), і яке неможливо знайти в Інтернеті. Наприклад, використовуйте місцеві теми, такі як: Який баланс CO₂ у нашому місті? Тобто, чого більше: об'єму CO₂, що викидається в атмосферу, чи того, що поглинається деревами?

Джерела:

1. Мультфільм, який пояснює на практиці, як зробити оцінку Фермі:
<https://what-if.xkcd.com/84/>
2. Стаття, яка містить кілька порад про те, як зробити хороші оцінки Фермі:
<https://www.lesswrong.com/posts/PsEppdvgRisz5xAHG/fermi-estimates>
Ви можете потренуватися розв'язувати ці та інші питання, а також допомогти учням деякими підказками.
Наприклад, у статті пояснюється, як оцінити величину за верхньою та нижньою гранями для неї, використовуючи середнє геометричне або наближене середнє геометричне (НСГ). Це додасть більше математики до цієї активності.
3. Приклади питань Фермі для використання в школі (у цілому, не пов'язані з науками про Землю):
<https://www.teachertoolkit.co.uk/2017/04/28/fermi-questions/>
4. Наукова стаття про те, скільки пластику міститься в океані:
Jambeck, J. R., Geyer, R., Wilcox, C., Siegler, T. R., Perryman, M., Andrady, A., Narayan, R., Law, K. L. (2015). *Plastic waste inputs from land into the ocean*. *Science*, 347(6223), 768–771. doi:10.1126/science.1260352

Створіть та діліться!

Поділіться своїм запитанням, процесом роздумів, обговореннями та результатами, використовуючи хештеги **#idm314earth** та **#idm314**.

Додаткові матеріали:

1. Освітні ресурси з кліматології (проект TROP-ICSU):
<https://climatescienceteaching.org>
2. Інтерактивний кліматичний симулятор:
<https://en-roads.climateinteractive.org/scenario.html>
3. Блог про математику планети Земля:
<http://mpe.dimacs.rutgers.edu/blog/> (en)
4. Більше задач Фермі для школи:
<https://www.teachertoolkit.co.uk/2017/04/28/fermi-questions/>
5. Ресурси про те, як проводити дискусії на основі запитань у школі
 - a. [Правильне запитання у потрібний час](#)
 - b. [Дослідницька математична освіта](#) (з проекту ЄС FIBONACCI)

© 2020 IMAGINARY gGmbH

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).