



‘Derretendo o gelo’ e ‘Ordens de grandeza’

Participantes:

A partir dos doze anos.

Ideia geral:

Esta atividade do Dia Internacional da Matemática tem duas partes independentes. Nos dois casos, trabalharemos com questões importantes sobre o que se passa com o nosso planeta. Na primeira atividade, focaremos no problema do aumento do nível do mar em decorrência do aquecimento global. Na segunda atividade, discutiremos como é possível fazer estimativas quantitativas sobre o nosso planeta, tanto do ponto de vista matemático como estratégico.

É importante experimentar com estas duas atividades. Cerca de uma hora para cada uma destas será suficiente para uma boa discussão, sendo possível fazê-las em qualquer ordem, ou mesmo apenas uma delas.

É importante se familiarizar com o tópico e com o material apresentado abaixo e preparar dados para partilhar com os estudantes nos momentos apropriados.

Atividade 1 - Derretendo o gelo

Esta atividade explora o que aconteceria se os mantos polares derretessem por completo. Em algum momento (possivelmente no início e provavelmente ao fim), o professor deve lembrar aos estudantes que este é um cenário puramente hipotético, colocado para praticar os conhecimentos de matemática, física e de ciências da Terra. Os dados indicam que o nível do mar aumentou entre 16 e 21 centímetros no último século e que aumentará aproximadamente 30 centímetros no século em que estamos. Apesar de os dados serem por si só muito preocupantes, nesta atividade consideramos catástrofes ainda mais extremas.

1. O que vem primeiro à mente?

Comece por propor a seguinte questão: “o que aconteceria nesta cidade se o nível dos oceanos subisse 2 metros?”

Force que os alunos sejam criativos nas suas respostas. Será que a linha costeira se alteraria? Haveria migrantes e refugiados a saírem das cidades costeiras? Haveria falta de comida? Efeitos na economia, quais seriam? O curso dos rios seria alterado? Efeitos na fauna? O objetivo é fazê-los pensar, não dar respostas corretas (mas há muita informação fragmentada que lhes pode ser dada, veja, por exemplo, a referência [4]).

Mude os valores das perguntas: o que aconteceria se a subida fosse de 5 centímetros? E se fosse de 10 metros?

2. Se o Pólo Norte derreter

Pergunte o que aconteceria se todo o gelo do Pólo Norte derretesse. Dê tempo para que eles construam suas próprias respostas.

Após algum tempo, lembre os alunos que a calota polar norte é um massa de gelo que flutua no oceano (descontando a Gronelândia/Groenlândia). Proponha o seguinte experimento pensado: suponha que tenha um copo de água, cheio até a boca, de forma que não possa conter mais água. Neste, há um cubo de gelo flutuando. A maior parte do gelo está submersa, mas há uma ponta do cubo de gelo que permanece acima da linha d'água. Suponha que o copo seja deixado à temperatura ambiente até que o gelo derreta por completo. O que irá acontecer? Será que a água transbordará? Ou irá o seu nível decrescer?

Pergunta: O que aconteceria ao nível do mar se todo o manto polar norte derretesse?

Resposta: O nível do mar permaneceria exatamente o mesmo. No exemplo do cubo de gelo flutuando no copo d'água, a linha d'água permanece a mesma e a água não transborda.

A explicação envolve a física da flutuação (o princípio de Arquimedes). Imagine que seja selecionada uma certa região da água no copo, localizada imediatamente abaixo da superfície (e em contacto com a mesma). Imagine que a água desta região é transformada em gelo. Ela se expandiria, ocupando parte do ar que se localiza acima da superfície. Como,

no entanto, o número de moléculas d'água é o mesmo, a massa deste gelo será idêntica à massa da água que fora anteriormente selecionada. Portanto, a força exercida pelo resto da água (empuxo) é a mesma que anteriormente e equilibra o peso do gelo. O gelo continuará em equilíbrio hidrostático.

Desta forma, o nível dos oceanos não se altera com o derretimento do da calota polar norte. Evidentemente, haveria muitas outras consequências relevantes para o meio ambiente, o clima e o planeta como um todo.

3. Se o Pólo Sul derreter

Informe aos alunos que a calota polar sul está sobre uma massa de terra, o continente da Antártida. Desta forma, se a calota polar sul derreter, muita água será lançada no oceano. Peça aos alunos para calcular quanto o nível do mar iria subir. Alguns dados serão necessários para fazer esta estimativa. Poderá deixar que os alunos procurem estas informações na *internet* ou poderá fornecer os números abaixo. Se a sua opção for de não dar informações aos alunos, discuta quais são os dados e fórmulas necessárias. Caso alguém encontre diretamente a resposta na *internet*, peça uma justificação ou solicite uma reconstrução a partir de dados elementares.

Pergunta: O gelo na Antártida cobre uma área de 14 milhões km^2 e tem uma espessura média de 2 km. Podemos supor que a Terra seja uma esfera de raio 6371 km e 70% de sua superfície é coberta por água. A água é mais densa que o gelo: 1 m^3 de gelo é o equivalente a 0,9 m^3 de água. Se todo o gelo sobre a Antártida derreter, qual seria a elevação do nível do mar?

Resposta: Cerca de 70 m.

O volume de gelo na Antártida é

$$14 \text{ M km}^2 \times 2 \text{ km} = 28 \text{ M km}^3 \text{ gelo.}$$

Se este gelo derreter, seria convertido em

$$28 \text{ M km}^3 \text{ gelo} \times (0,9 \text{ m}^3 \text{ água} / 1 \text{ m}^3 \text{ gelo}) = 25,2 \text{ M km}^3 \text{ água.}$$

Por outro lado, a superfície da Terra é dada por

$$4 \times \pi \times \text{raio}^2 = 4 \times 3,1416 \times (6371 \text{ km})^2 = 510 \text{ M km}^2.$$

Se apenas 70% desta superfície é coberta por água, então a superfície dos oceanos tem

$$510 \text{ M km}^2 \times 0,7 = 357 \text{ M km}^2.$$

Suponhamos que todo o gelo derretido irá se acumular na superfície presentemente ocupada pelos oceanos. Como o volume é dado por área vezes altura

$$\text{Volume} = \text{Área} \times \text{altura}$$

Então o nível do mar irá se elevar pela razão entre o volume adicionado de água pela superfície do oceano:

$$h = 25,2 \text{ M km}^3 / 357 \text{ M km}^2 = 0,0705 \text{ km} = 70,5 \text{ m.}$$

Portanto, nossa estimativa é que se todo o gelo sobre a Antártida derretesse, o nível do oceano se elevaria cerca de 70 metros.

Será possível melhorar ainda mais este modelo? Uma possibilidade é considerar que além de aumentar o nível dos oceanos, a água proveniente do gelo derretido irá inundar as terras costeiras.

Pergunta: Suponha que cerca de 10% da área continental será inundada e a altura média da região submersa é de 10 m. Qual seria o aumento do nível dos oceanos, neste caso? Estes dois números são meramente hipotéticos; altere-os para ver se há modificações significativas no resultado.

Resposta:

30% da superfície da Terra é seca:

$$510 \text{ M km}^2 \times 0,3 = 153 \text{ M km}^2$$

Considerando que 10% for inundada temos

$$153 \text{ M km}^2 \times 0,1 = 15,3 \text{ M km}^2$$

Considerando que a terra submersa tem altitude média de 10 metros, isto significa que a altura média da água acima desta será de $(h - 0,01 \text{ km})$. Note que a forma da região submersa é irrelevante; o que realmente interessa é que sua altitude *média* é de 10m.

Desta forma, o novo volume ocupado pela água é

$$\text{Volume} = \text{Área}_{\text{oceanos}} \times h + \text{Área}_{\text{inundada}} \times (h - 0,01 \text{ km})$$

O volume de água e a área oceânica são as mesmas do exemplo anterior. Resolvendo em h , encontramos

$$h = 68 \text{ m}$$

Desta forma, vemos que a diferença não é significativa. Não é surpreendente, afinal 10% da superfície continental é apenas 3% da superfície terrestre.

Podemos brincar um pouco com estes dois parâmetros. O caso extremo é quando toda a parte terrestre tem altura zero. Neste caso, os oceanos subiriam 49,4 metros, um aumento significativo.

A referência [2] encontra uma subida do nível dos oceanos de 73,32 m, provavelmente utilizando dados muito mais precisos do que os da nossa estimativa rápida. A conclusão final é que a elevação do nível dos mares será de 80,32 m se incluirmos nos cálculos a Gronelândia/Groenlândia e outros glaciares da Terra.

Como mostramos antes, este é um cenário catastrófico de baixa probabilidade. As previsões mais típicas são de um aumento de 30 cm até o final do século. Outro fator que afeta significativamente o nível do mar é a expansão térmica da água, devida ao aquecimento. Isto não apenas aumenta o nível do mar mas também torna mais rápido o processo de derretimento das calotas polares.

Referências:

Deixamos aqui algumas referências, em inglês, que poderão enriquecer a discussão com dados reais e visualizações interativas.

1. Apresentação com um visão geral do conhecimento atual sobre o derretimento das calotas polares:
<https://imaginary.org/program/simulating-the-melting-of-ice-caps>
2. Dados reais dos especialistas, apresentados em um contexto educacional:
<https://serc.carleton.edu/eslabs/cryosphere/6b.html>
3. Aplicativo para visualizar quais partes do mundo seriam cobertas pela água após uma elevação do nível do mar:
<https://www.floodmap.net/>
4. Em torno de 10% da população mundial vive em áreas costeiras, isto é, menos de 10 m acima do nível do mar:
McGranahan, G., Balk, D., and Anderson, B.: The rising tide: Assessing the risks of climate change and human settlements in low elevation coastal zones, *Environ. Urban.*, 19, 17–37, <https://doi.org/10.1177/0956247807076960> , 2007.

Atividade 2 - Ordens de grandeza nas discussões sobre a Terra

Como seria possível encontrar respostas às questões de grandes escalas quando temos tão poucos dados? Por vezes, dados estatísticos sobre um fenômeno em particular não estão disponíveis, seja porque a abrangência é grande (como, por exemplo, o planeta inteiro) ou pequena (uma cidade, uma escola) e os dados necessários não foram coletados.

Por vezes é impossível disponibilizar dados por não sermos capazes de providenciar uma contagem precisa (quantas árvores existem na Terra?) ou por serem excessivamente hipotéticos (quantas árvores são necessárias para absorver a emissão atual de CO₂?). Para perguntas desta natureza, temos que nos limitar às estimativas grosseiras da ordem de *grandeza* da resposta. Tais estimativas são conhecidas como “estimativas de Fermi”.

Há muitos truques que nos permitem obter respostas a estas questões. Nesta atividade, exploraremos esta técnica e a aplicamos a algumas questões ambientais relevantes para a Terra.

1. Questões preparatórias

Peça aos alunos para responder às seguintes questões:

- a. Qual o consumo de alimentos por dia em toda a Terra?
- b. Quanto lixo é produzido por dia em toda a Terra?
- c. Quantos litros de água são necessários por dia, em toda a Terra, apenas para consumo individual (isto é, excluindo indústria e agricultura)?

Em cada uma destas perguntas, será necessário fazer uma estimativa a partir da própria experiência (quanta comida *eu* consumo por dia; quanto lixo *eu* produzo...), e é uma boa ideia fornecer algumas estatísticas gerais, tais como o tamanho da população mundial (7 000 000 000 de indivíduos). Pergunte o quanto estas estimativas são variáveis. Será o consumo de

alimentos idêntico em todo o mundo? E o lixo? Será que as diversas indústrias produzem mais ou menos lixo que as pessoas? É possível encontrar estas informações na *internet*. Após apresentar as respostas, faça um debate.

2. Questões com informações incompletas.

Pergunte aos alunos estas questões abaixo, de um novo tipo, onde é necessário obter dados indiretos e criar modelos simples para gerar estimativas.

- a. Quantos litros de água a escola (ou o edifício onde se está) utiliza por semana?
- b. Quantas folhas de grama/relva há num campo de futebol (ou qualquer outro campo de jogos, ou ainda um jardim)?
- c. Quanto CO₂ é exalado por todos os estudantes ou participantes desta atividade num único dia?

3. Questões mais profundas.

Questões a apresentar aos estudantes:

- a. Quanto imagina ser o volume de todas as garrafas de plásticos que chegam ao oceano a cada dia?

Deixe os estudantes tentarem adivinhar (e ajude-os nessa tarefa) como quebrar o problema em passos elementares e fazer estimativas. Algumas questões podem aparecer:

- Qual é a grandeza adequada? Kg? Toneladas? Milhões de toneladas?
- Quanto plástico é produzido pela humanidade?
- Quanto deste plástico termina nos oceanos?
- Suponha que o plástico que não é reciclado é oriundo exclusivamente da utilização pessoal, não da industrial. Estime quanto plástico uma pessoa consome por dia e multiplique que pela população da Terra. Discuta estas hipóteses.
- Quantas pessoas moram em regiões costeiras (ou países com costa marítima)? Suponha que apenas os habitantes destes países poluem o oceano. Será esta uma hipótese razoável?

Para cada passo da decomposição do problema em partes elementares é possível tentar estimar o número ou procurar a informação na *internet*.

Deixe o debate correr livremente. O objetivo é fazer com que os estudantes discutam ordens de grandeza e suas relações. Após algum tempo, peça que cheguem a um número consensual.

Por fim, utilize o artigo [5] para dar um resposta quantitativa: entre 4,8 e 12,7 milhões de toneladas de lixo plástico foi jogado nos oceanos em 2010, com a perspectiva de aumento em uma ordem de grandeza (isto, multiplicar por 10) em 2025, se nenhuma medida for tomada.

Faça uma discussão final com as implicações da poluição nos oceanos.

4. Projeto Bônus

Sugira aos seus estudantes um projeto bônus com uma pergunta do tipo Fermi que eles possam pesquisar por si próprios (por exemplo, em casa, com os amigos ou com a família) e que não possa ser encontrado na internet. Use, por exemplo, questões de interesse local: qual

é o balanço de CO₂ da cidade em que vivem? Em particular, será que a cidade emite mais ou menos CO₂ do que é absorvido pelas plantas?

Fontes

1. Um *cartoon* com uma explicação prática sobre uma estimativa de Fermi
<https://what-if.xkcd.com/84/>
2. Um artigo com algumas boas dicas sobre como fazer uma estimativa de Fermi
<https://www.lesswrong.com/posts/PsEppdvgRisz5xAHG/fermi-estimates>
Poderá praticar resolvendo esta e outras questões e ajudar os alunos com algumas dicas. Por exemplo, o artigo explica como fazer a estimativa de grandezas entre dois extremos utilizando a média geométrica, ou a média geométrica aproximada. Isto irá aumentar o conteúdo matemático da atividade.
3. Exemplos de algumas perguntas de Fermi para utilizar em sala de aula (não diretamente relacionadas com ciências da Terra)
<https://www.teachertoolkit.co.uk/2017/04/28/fermi-questions/>
4. Artigo científico que mostra quanto plástico há nos oceanos
Jambeck, J. R., Geyer, R., Wilcox, C., Siegler, T. R., Perryman, M., Andrady, A., Narayan, R., Law, K. L. (2015). *Plastic waste inputs from land into the ocean*. *Science*, 347(6223), 768–771. doi:10.1126/science.1260352

Crie e Compartilhe!

Compartilhe imagens e vídeos da atividade ou das estratégias propostas pelo grupo, usando a hashtag **#idm314**.

Recursos adicionais:

1. Recursos educativos relacionados com Ciências Climáticas (projeto TROP-ICSU):
<https://climatescienceteaching.org>
2. Simulador interativo de clima:
<https://en-roads.climateinteractive.org/scenario.html>
3. Blog do Matemática do Planeta Terra
<http://mpe.dimacs.rutgers.edu/blog/> (en)
4. Mais problemas de Fermi para utilizar nas escolas
<https://www.teachertoolkit.co.uk/2017/04/28/fermi-questions/>
5. Sugestões de como lecionar baseado em perguntas
 - a. [A pergunta certa no momento certo](#)
 - b. [Educação matemática baseada em perguntas](#) (do projeto europeu FIBONACCI)

© 2020 IMAGINARY gGmbH

Este trabalho está sob uma licença [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).