



Créer des pavages artistiques

Cette activité propose des recettes pour créer des pavages artistiques. Après avoir exploré les raisons pour lesquelles les recettes fonctionnent, vous vous amuserez à créer vos propres pavages.

Participants :

À partir de 8 ans selon l'activité.

Aucune connaissance mathématique préalable n'est requise, mais il sera peut-être nécessaire d'introduire des concepts mathématiques au fur et à mesure qu'on avance dans les activités : polygone, triangle, quadrilatère, hexagone, côtés parallèles, translation, rotation, symétrie par rapport à une droite.

Préparatifs :

Papier, crayon à mine de plomb, gomme, crayons de couleur ou ciseaux et papier de couleur. Il est possible de créer des motifs sur certains logiciels (par exemple <https://tiled.art>, qui est gratuit) si les enfants ont accès à des tablettes ou à des ordinateurs et à Internet.

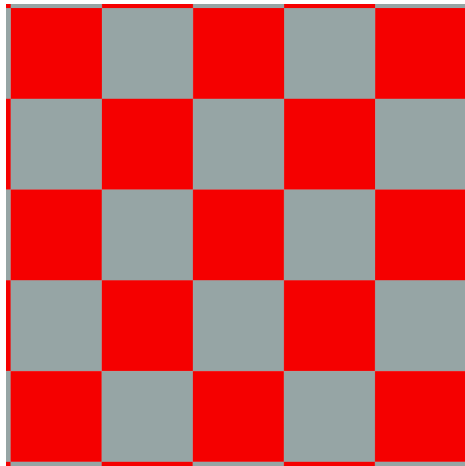
Dans toutes les activités, on se limitera à une unique forme de tuile. Selon les activités, on décidera ou non de retourner certaines tuiles.

Activité 1 : Pavages avec toutes les tuiles translattées¹

a. Pavage quadrilatéral (à partir de 8 ans)

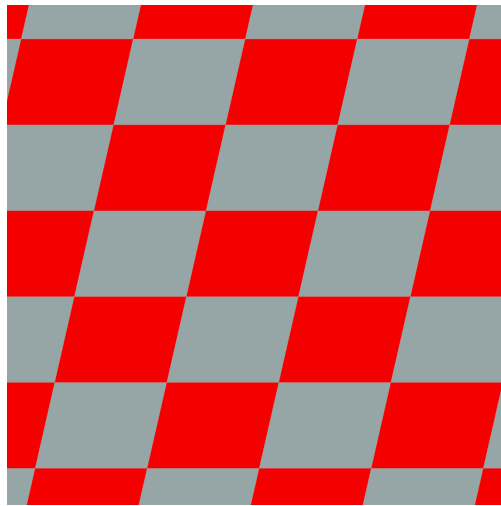
La première étape consiste à vérifier que le carré (4 côtés) peut recouvrir le plan de façon périodique, c'est-à-dire qu'il est possible de couvrir tout le plan avec des tuiles carrées sans qu'aucune tuile n'en chevauche une autre: on dit qu'on peut *paver* le plan avec cette tuile.

¹ Les tuiles de cette activité ont été réalisées avec l'outil <https://tiled.art>

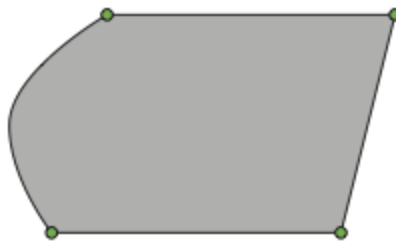


Notez que les tuiles ont des paires de côtés parallèles et égaux. De plus, dans ces tuiles, les coins des tuiles sont collés aux coins. Dans toutes les activités ci-dessous, nous nous limiterons aux tuiles pour lesquelles les coins sont collés aux coins.

Les carrés peuvent être déformés en polygones irréguliers ayant le même nombre de côtés et continuer à paver le plan périodiquement, à condition que les côtés parallèles restent parallèles et de même longueur. Le carré déformé est appelé *parallélogramme*.

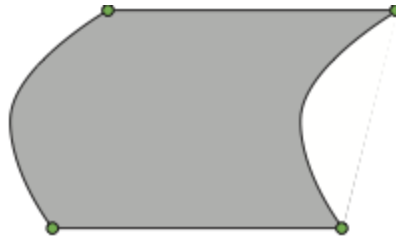


Maintenant, commencez avec un tel pavage et prenez une tuile grise. Prenez un côté de la tuile, par exemple le côté gauche, et déformez-le en une courbe avec les mêmes extrémités.

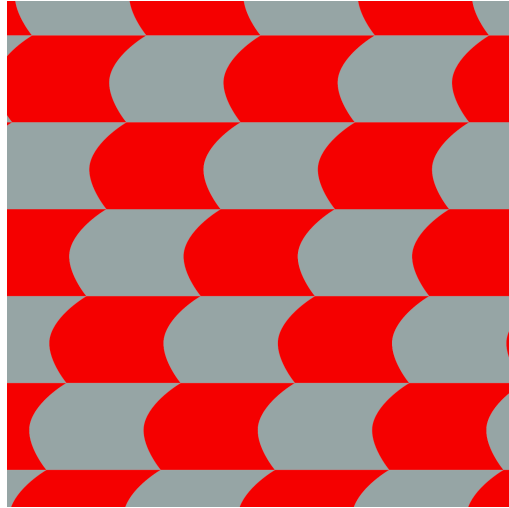


Il n'est plus possible de paver le plan avec de telles tuiles, car le côté gauche d'une tuile ne correspond pas au côté droit d'une autre tuile. Pour pouvoir obtenir un pavage du plan, il est

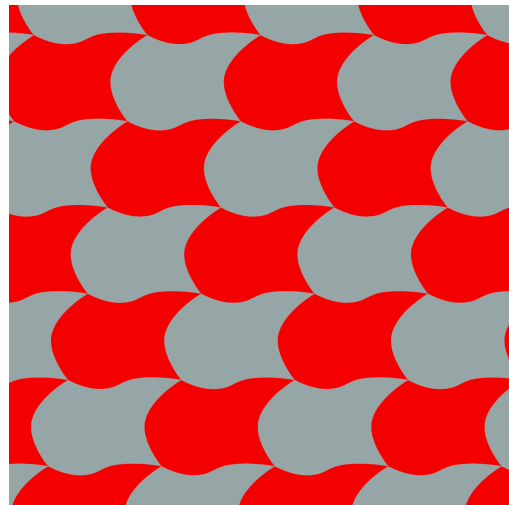
nécessaire d'appliquer la même déformation au côté droit, tout en conservant les mêmes points d'extrémité.



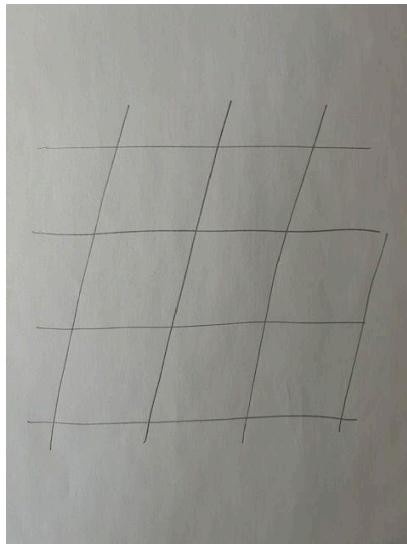
Ceci donne un nouveau pavage :



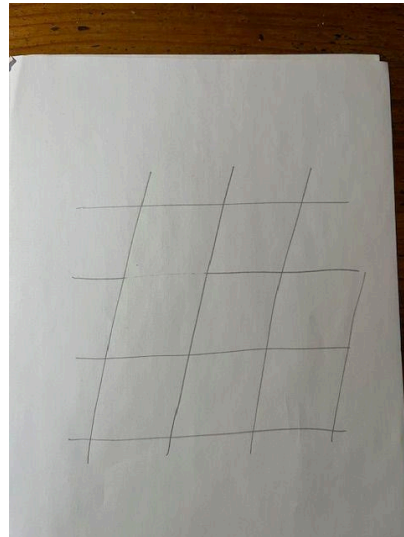
On peut faire de même avec les côtés dans l'autre sens, c'est-à-dire les remplacer par une courbe ayant les mêmes extrémités.



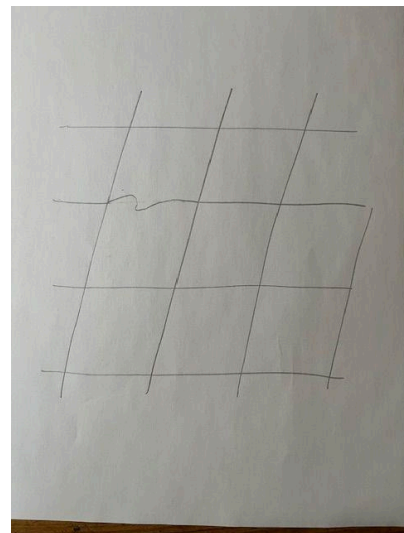
- Expliquer pourquoi la recette fonctionne.
- Créez vos propres pavages. Vous pouvez dessiner le pavage initial avec un crayon à mine de plomb et utiliser la gomme lorsque vous remplacez les segments par des courbes. Voici comment procéder.



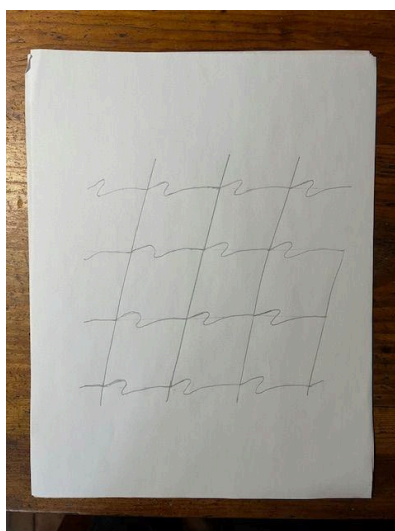
Effacez ensuite un côté.



Remplacez le par une courbe de mêmes extrémités.

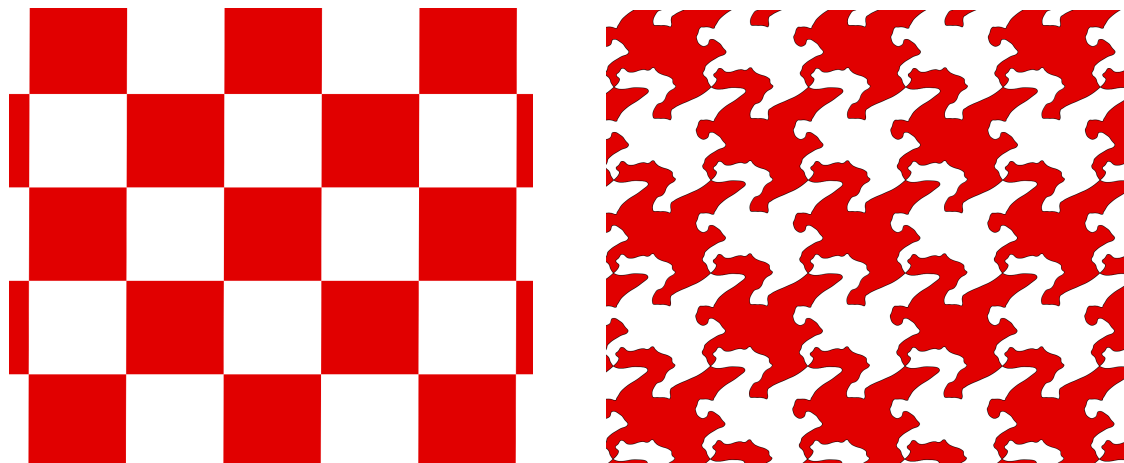


Ensuite, remplacez tous les segments parallèles au premier par cette même courbe.



Répétez avec les côtés dans l'autre direction.

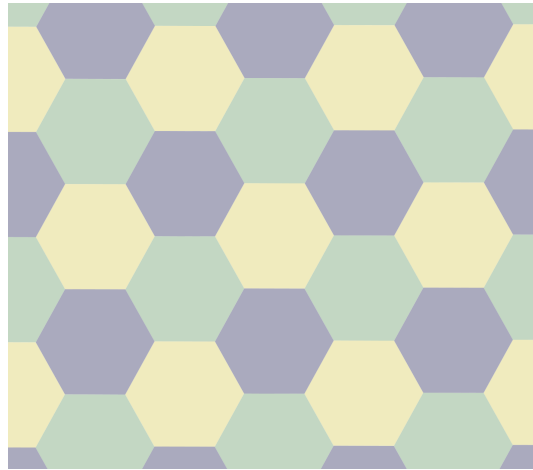
Vous pouvez ensuite colorier les tuiles. Il est également possible de découper avec des ciseaux des tuiles dans des feuilles de papier de différentes couleurs et de les assembler. Voici un pavage avec des chevaux ailés (inspiré d'une [gravure d'Escher](#)) dans laquelle les tuiles du pavage original sont des carrés.



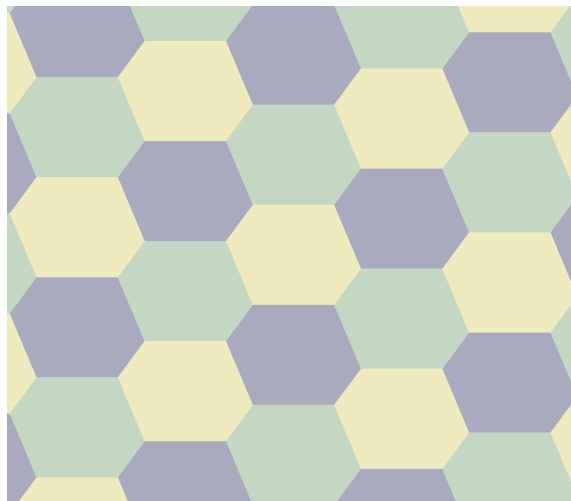
- Pouvez-vous créer un pavage dont les tuiles ont la forme d'un élément de la nature (une plante, une partie de plante, un animal, etc.) ou d'un objet reconnaissable ?

b. Carrelage hexagonal (à partir de 12 ans)

Ici, l'hexagone régulier (6 côtés) peut paver le plan périodiquement.



Notez que chaque tuile a trois paires de côtés parallèles et égaux. Ici encore, les coins des tuiles sont collés aux coins. Les hexagones réguliers peuvent être déformés en hexagones irréguliers (polygones à 6 côtés) et continuer à paver le plan périodiquement, à condition que les côtés parallèles restent parallèles et de même longueur.



Prenez maintenant n'importe quel côté d'une tuile et déformez ce segment de droite en une courbe ayant les mêmes extrémités. Si vous voulez paver le plan avec cette nouvelle tuile, vous avez la même contrainte que précédemment : vous devez appliquer la même déformation au côté parallèle au côté initial. Vous obtenez ainsi un nouveau pavage.



Il y a maintenant trois paires de côtés parallèles. Vous pouvez donc faire la même chose avec les deux autres directions des côtés.



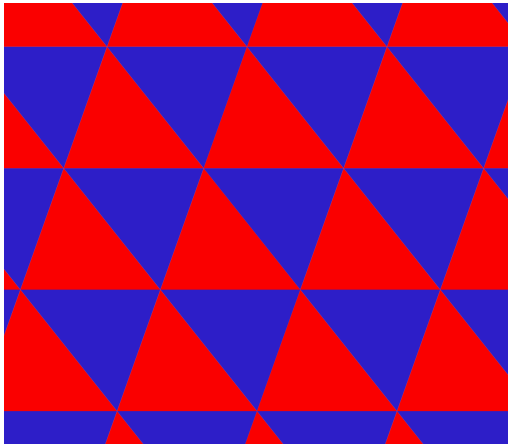
- Expliquer pourquoi la recette fonctionne.
- Créez vos propres pavages. Vous pouvez dessiner le pavage initial avec un crayon à mine, puis utiliser la gomme lorsque vous remplacez les segments par des courbes. Vous pouvez ensuite colorier les tuiles. Il est également possible de découper avec des ciseaux des tuiles dans des feuilles de papier de différentes couleurs et de les assembler.
- Pouvez-vous créer un pavage dont les tuiles ont la forme d'un élément de la nature (une plante, une partie de plante, un animal, etc.) ou d'un objet reconnaissable ?

Activité 2 : Tuiles avec des rotations de 180 degrés²

c. Pavage triangulaire ou quadrilatéral (à partir de 12 ans)

La première étape consiste à remarquer que n'importe quel triangle ou *quadrilatère* (un polygone à quatre côtés) peut paver le plan à condition d'autoriser des rotations de 180 degrés des tuiles, en plus des translations.

² Les tuiles de cette activité ont été réalisées avec l'outil <https://tiled.art>



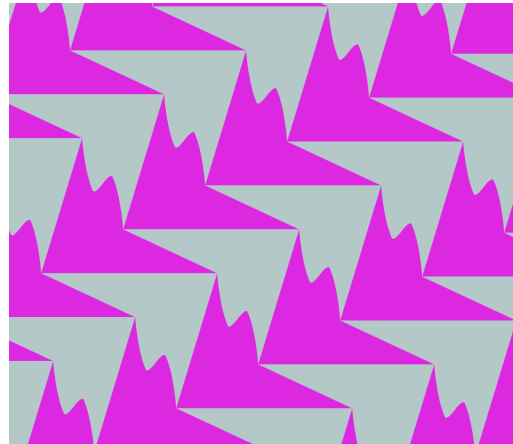
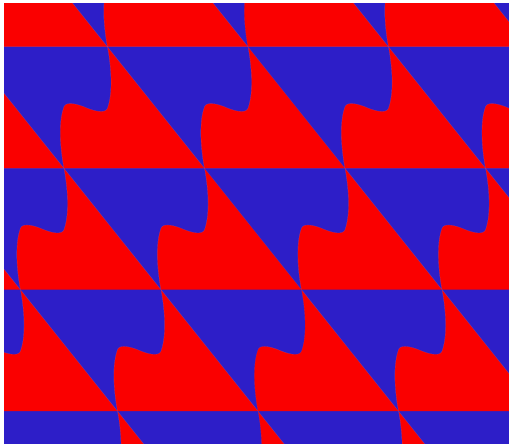
Pavage avec des triangles



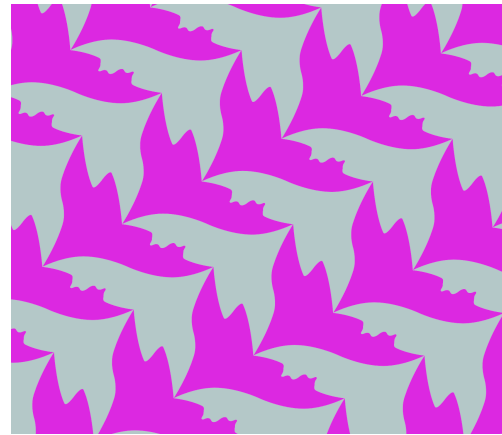
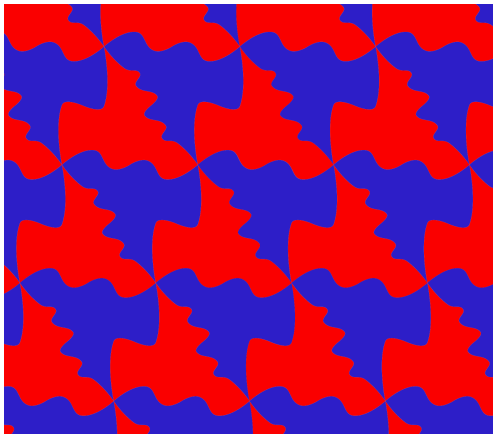
Pavage avec des quadrilatères

Commencez par n'importe lequel de ces pavages, prenez une tuile et un côté de cette tuile. Vous voulez déformer ce segment de droite en une courbe ayant les mêmes extrémités.

- Attention, vous ne pouvez pas déformer votre côté de façon arbitraire si vous voulez toujours paver le plan avec votre tuile déformée. Votre côté déformé doit correspondre au côté déformé par rotation de 180 degrés de la tuile adjacente : ce côté doit donc être symétrique par rapport à une rotation de 180 degrés autour du point central du côté. En particulier, vous ne pouvez pas déplacer le point central du côté. De cette façon, vous obtenez un nouveau pavage.



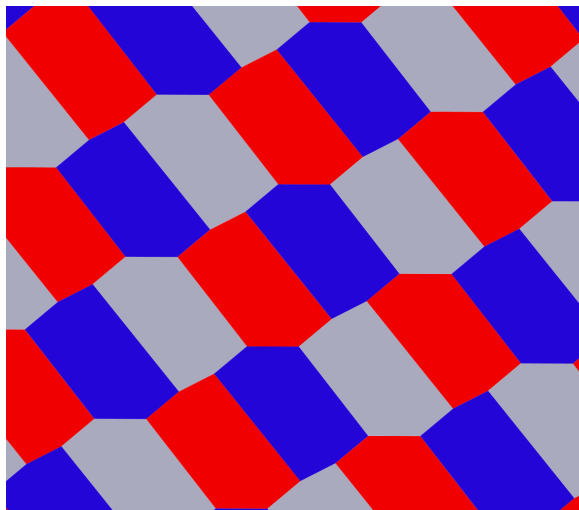
Vous pouvez faire de même avec les autres directions des côtés.



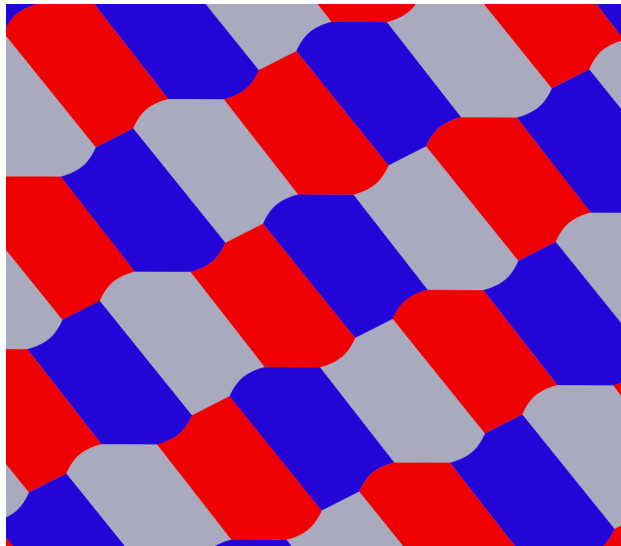
- Pouvez-vous expliquer pourquoi la recette fonctionne et pourquoi les courbes remplaçant les côtés doivent être symétriques par rapport à leur centre?
- Créez vos propres pavages.
- Pouvez-vous créer un pavage dont les tuiles ont la forme d'un élément de la nature (une plante, une partie de plante, un animal, etc.), ou d'un objet reconnaissable ?

d. Pavage hexagonal (à partir de 14 ans)

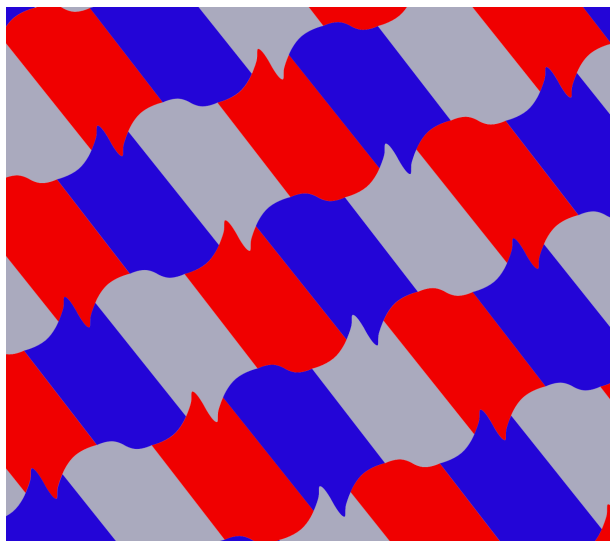
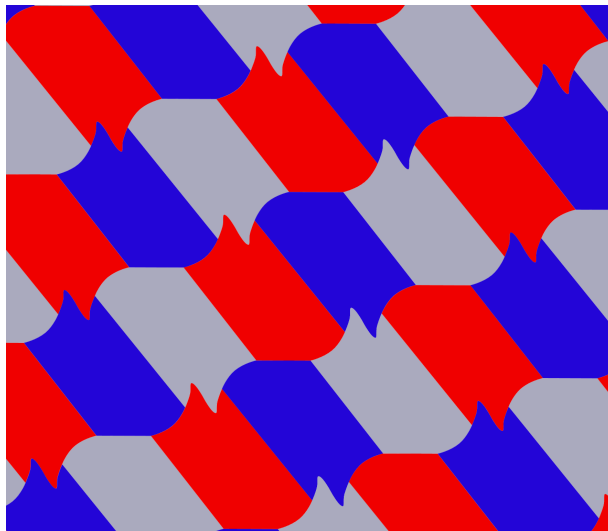
John Conway a mis au point un critère qui permet d'obtenir de telles tuiles. On commence par des hexagones (polygones à six côtés) dont une paire de côtés opposés est parallèle et de même longueur.

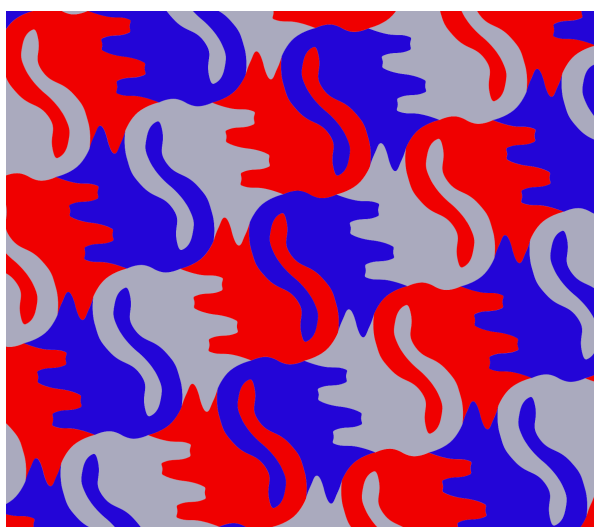
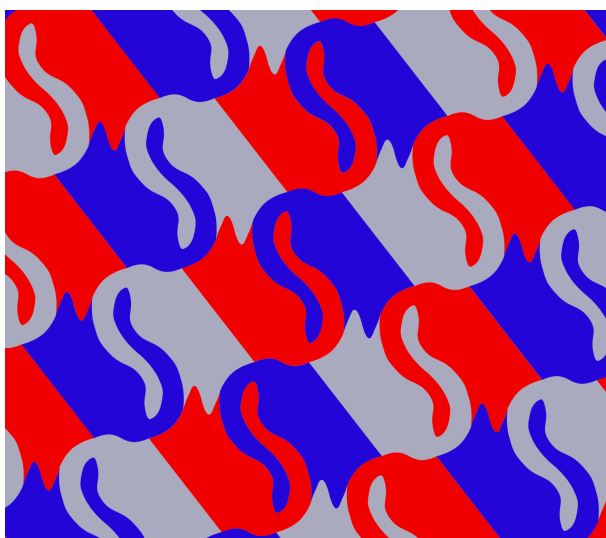


Les côtés parallèles et égaux peuvent être remplacés par deux courbes parallèles et égales quelconques ayant les mêmes extrémités.



Chacun des quatre autres côtés peut être remplacé par une courbe quelconque, symétrique par rapport au centre du côté et ayant les mêmes extrémités. Voici les étapes successives.





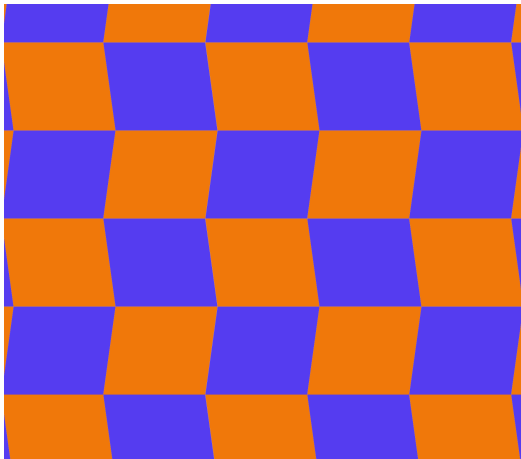
- Expliquez les conditions de Conway.
- Notez que dans le pavage initial avec des hexagones, il y a trois hexagones adjacents à chaque sommet. C'est pourquoi le pavage peut être colorié avec trois couleurs.
- Créez vos propres pavages.

Activité 3 : Pavages avec la moitié des tuiles retournées³ (14 ans et plus)

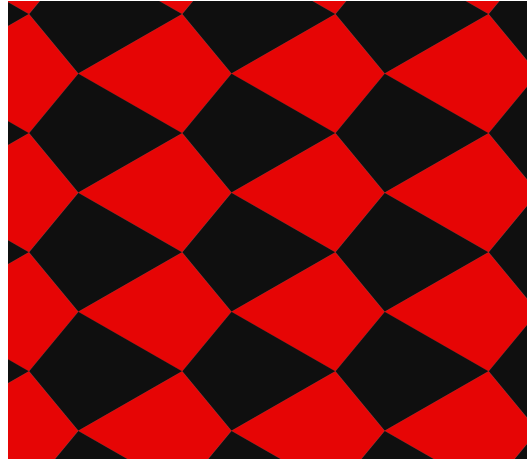
La première étape consiste à commencer par un pavage du plan dans lequel la moitié des tuiles sont retournées (en prenant des copies symétriques par rapport à une droite) et translattées. Il existe deux familles de quadrilatères pour lesquelles cela est possible : les parallélogrammes dont les côtés opposés sont parallèles et les quadrilatères qui ont deux paires de côtés adjacents égaux et qui sont appelés *cerfs-volants*.

Dans le cas du parallélogramme, chaque paire de côtés parallèles est appelée une *paire jumelle*. Dans le cas du cerf-volant, chaque paire de côtés égaux est aussi appelée une *paire jumelle*.

³ Les tuiles de cette activité ont été réalisées avec l'outil <https://tiled.art>



Pavage avec des parallélogrammes



Pavage avec des cerf-volants

Notez que dans les deux cas, il y a des lignes de symétrie parallèles (horizontales sur les images), nous appellerons leur direction la *direction de retournement*. La direction perpendiculaire (verticale sur les images) sera appelée la *direction de glissement*.

Dans tous les cas, lorsque vous déformez un côté en courbe, vous devez également déformer son côté jumeau en conséquence. Pour ce faire, il existe deux transformations possibles :

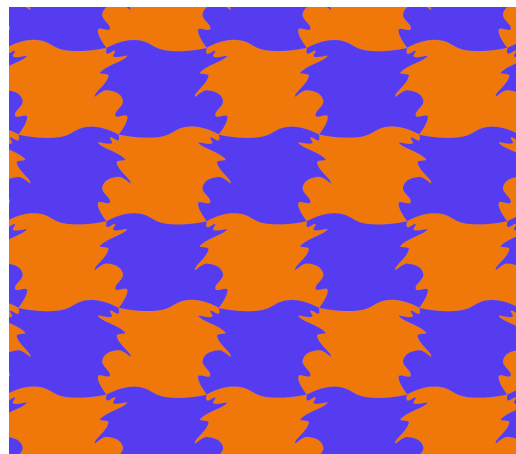
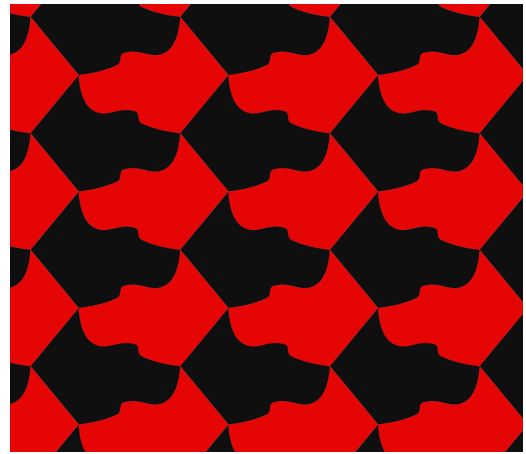
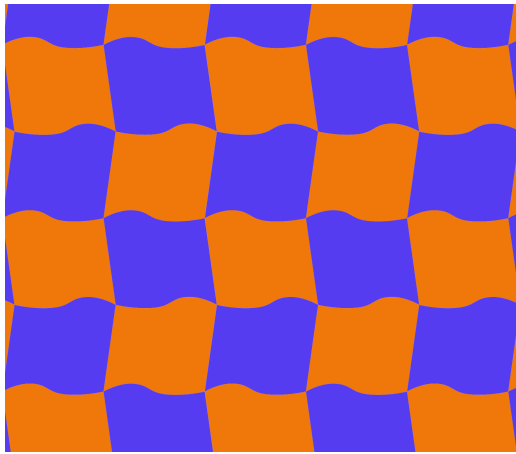
- Translation selon une direction
- Réflexion glissée selon une direction. Une réflexion glissée est une réflexion suivie d'une translation (les deux dans la même direction)

Si vous prenez un parallélogramme et vous déformez un côté parallèle à la direction de retournement, vous modifiez son jumeau par une réflexion glissée sur la direction de glissement.

Si vous prenez un parallélogramme et vous déformez un côté qui n'est pas parallèle à la direction de retournement, vous modifiez son jumeau par une translation sur la direction de retournement.

Si vous prenez un cerf-volant, quel que soit le côté que vous déformez, vous devez modifier le côté jumeau correspondant par une réflexion glissée sur la direction de glissement.





- Expliquez pourquoi ces règles fonctionnent.
- Créez vos propres pavages.

Activité 4 : Pavages avec d'autres types de symétries (à partir de 14 ans)

Il existe de nombreux autres cas qui peuvent être envisagés à partir d'un pavage périodique avec des tuiles polygonales et différents types de symétries. Essayez de trouver vous-même certains de ces pavages et de les déformer, ou choisissez-en quelques-uns à partir des symétries proposées dans <https://tiled.art>.

Contexte mathématique et ressources :

<https://tiled.art>

<https://fr.tesselations-nicolas.com/methode.php>

Créez et partagez !

Partager les résultats des participants à l'aide des hashtags **#idm314tilings** et **#idm314**.

© 2024 Christiane Rousseau

Ce texte est soumis à une [licence internationale Creative Commons Attribution 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).