

Le problème de la galerie d'art (niveau primaire)

Participants:

Âge : 8 ans en montant (selon l'activité).

Aucune connaissance mathématique préalable n'est requise.

Préparatifs:

Modèles imprimés, crayons de trois couleurs différentes.

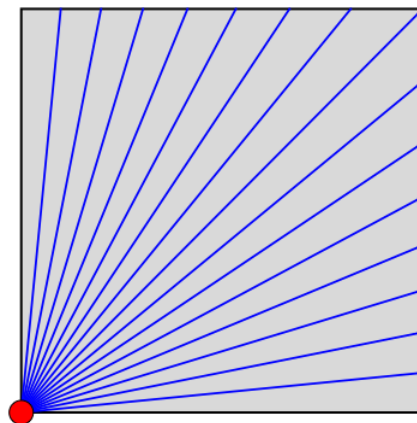
Feuilles vierges pour créer vos propres galeries.

Une autre possibilité est de faire l'activité dans la rue avec des craies de couleur.

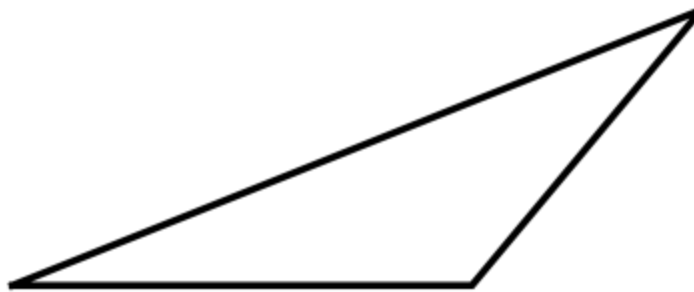
Activité: Protéger une galerie avec des caméras

Imaginez que vous vous trouviez dans une galerie d'art où sont exposées des œuvres d'art extraordinaires. Le plan de la galerie a la forme d'un rectangle ou peut avoir une forme très fantaisiste avec de nombreux coins et virages. Votre mission consiste à placer stratégiquement des caméras à des endroits spécifiques de la galerie afin de vous assurer que chaque endroit de la galerie est visible et surveillé. Mais voici le piège : vous devez utiliser le moins de caméras possible. Et ces caméras ne peuvent être placées que dans les coins de la galerie.

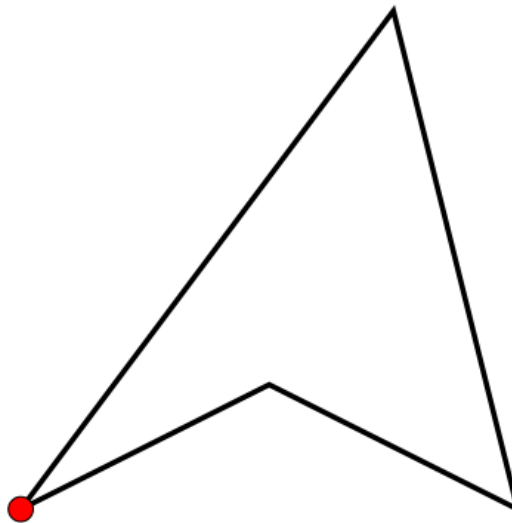
Dans l'image ci-dessous, nous avons une galerie en forme de carré, le point rouge indique une caméra. À l'aide d'un crayon, vous pouvez tracer des lignes droites à partir de la caméra pour délimiter la zone qu'elle peut voir. N'oubliez pas qu'elle ne peut pas voir à travers les murs. Vous pouvez également tracer la ligne de visée de la caméra à l'aide d'une règle pour voir ce que la caméra peut couvrir. Vous pouvez constater que toute la galerie est surveillée par une seule caméra.



- À quelles formes fantaisistes pour une galerie pouvez-vous penser ? Les lignes droites, qui sont les côtés de la forme, représentent les murs de notre galerie. Elles ne peuvent pas se croiser et ne peuvent se rencontrer que dans les coins. De plus, elles doivent être reliées entre elles pour former une barrière complète, sans porte. Dessinez des formes à 3 côtés, 4 côtés, 5 côtés, 6 côtés.
- Découvrez que ces formes ont un *intérieur* et un *extérieur*. Dessinez de telles formes et coloriez leurs intérieurs.
- Commencez à discuter de ce que signifie qu'un point est observé par une caméra : cela signifie qu'il n'y a pas d'obstacle entre le point et la caméra. Si une personne située à un endroit est observée par la caméra, alors cette personne peut voir la caméra. Dans la galerie d'art, un point est observé par une caméra si le segment de droite entre le point et la caméra est situé à l'intérieur de la galerie.
- Prenez maintenant une galerie en forme de triangle. Expérimentez qu'une seule caméra suffit et qu'elle peut être placée à n'importe quel sommet du triangle.

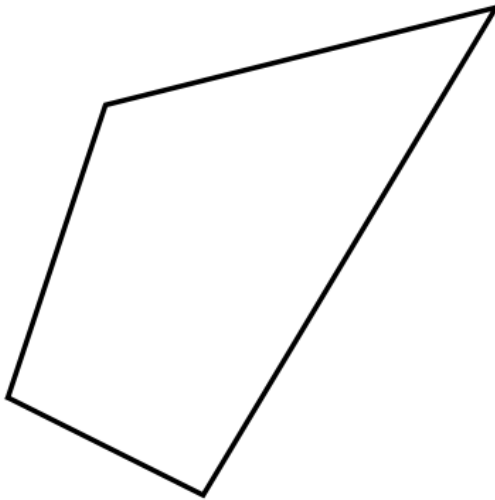


- Cette galerie a quatre côtés. Dessinez la région observée par la caméra (le point rouge) dans cette galerie. Peut-elle observer toute la galerie ?

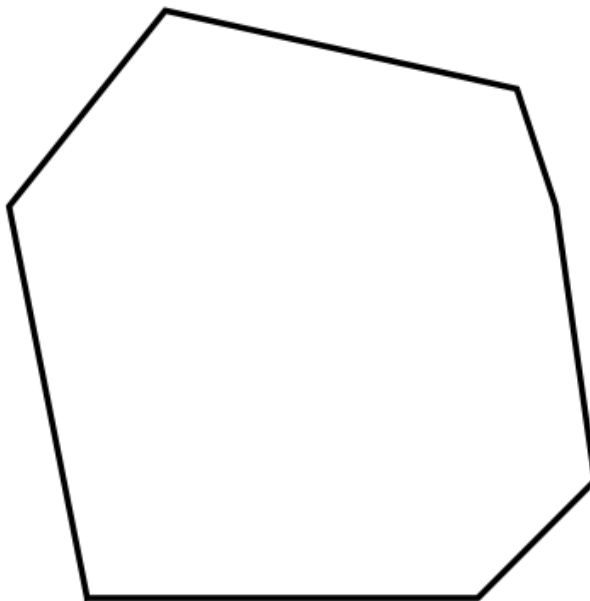


Pouvez-vous déplacer la caméra sur un autre sommet de manière à ce qu'elle observe toute la galerie ? En combien de sommets peut-on déplacer la caméra de telle sorte qu'elle observe toute la galerie ?

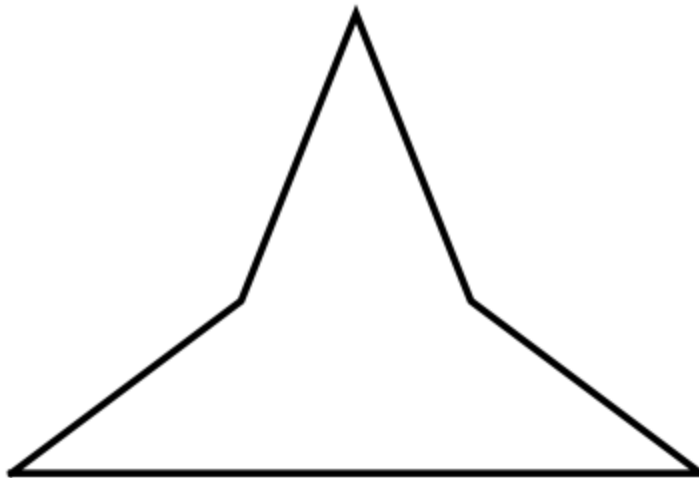
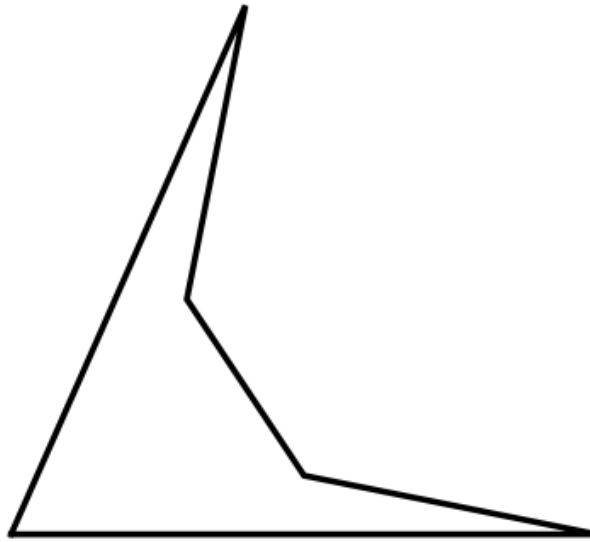
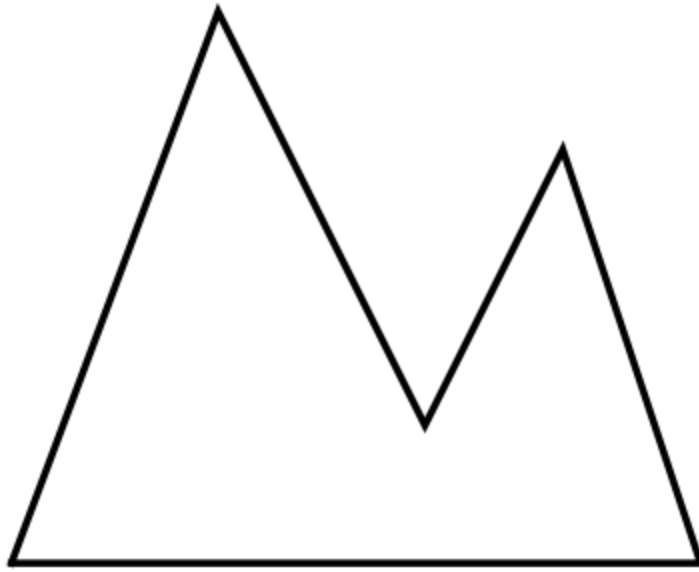
- Cette nouvelle galerie a aussi quatre côtés. À quels sommets pouvez-vous placer une caméra pour qu'elle observe l'ensemble de la galerie ?



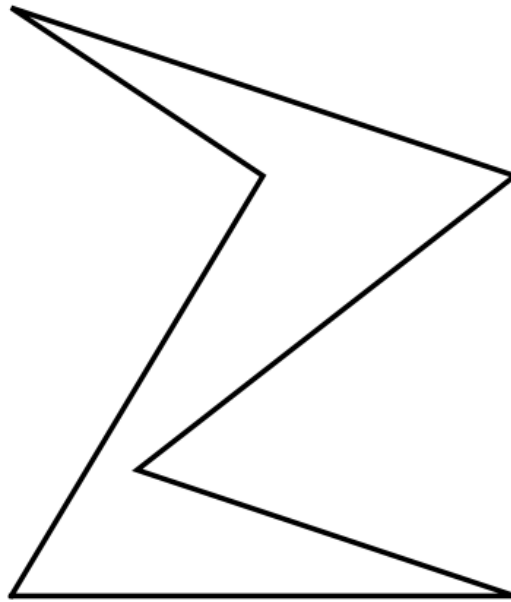
- Pouvez-vous expliquer la différence entre les deux cas ? Dans le premier cas, il existe des points dans la galerie que vous ne pouvez pas relier par un segment de droite sans traverser les côtés/murs de la galerie : nous disons que la forme n'est *pas convexe*. Dans le second cas, deux points quelconques de la galerie peuvent être reliés par un segment de droite à l'intérieur de la galerie : on dit que la forme est *convexe*.
- Pour toute galerie convexe, **une seule caméra suffit** et elle peut être placée à n'importe quel coin. Est-ce le cas pour cette galerie?



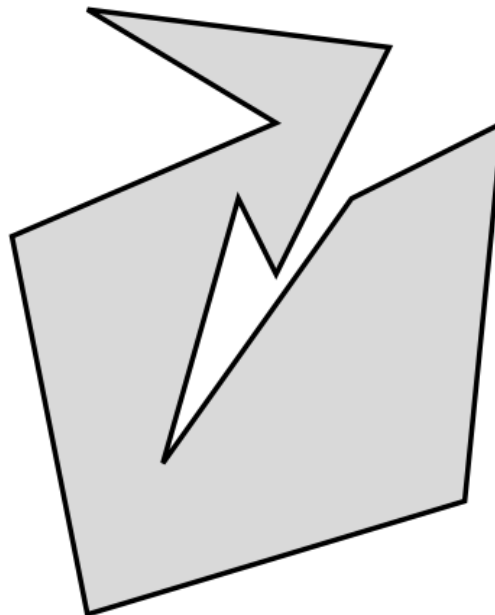
- Quelquefois, une seule caméra suffit pour des galeries non convexes. C'est le cas des trois galeries suivantes. Pouvez-vous placer la caméra ? Peut-elle être placée à plus d'un coin ?



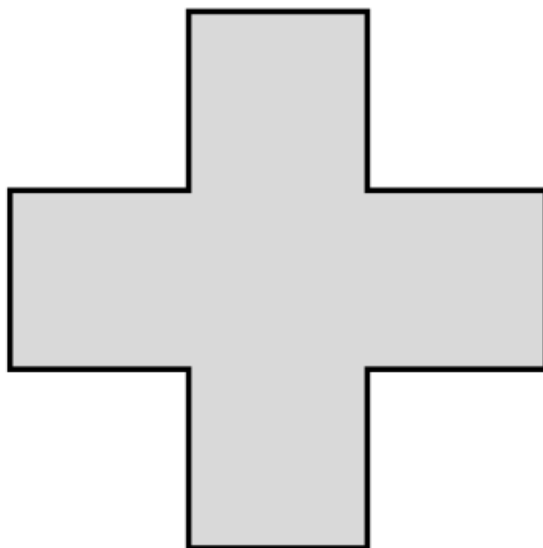
- Faites l'expérience qu'une seule caméra ne suffit pas pour surveiller toute la galerie : pour chacun des six sommets, dessinez la région surveillée par une caméra située à ce sommet.



- Cependant, deux caméras suffisent pour observer la même galerie. Trouvez tous les endroits où vous pouvez les placer.
- (Plus difficile) Montrez que deux caméras suffisent pour cette galerie.



- Une caméra suffit pour cette galerie. Où doit-on la placer?



- Dessinez vos propres galeries et placez des caméras en nombre minimal de manière à surveiller toute la galerie.

Références :

Si vous souhaitez en savoir plus sur le problème de la galerie d'art et expérimenter davantage, consultez notre autre activité "La galerie d'art et le problème de la forteresse". Vous y trouverez également d'autres documents de référence et ressources.

Créez et partagez !

Partagez les galeries des participants et les forteresses que vous avez créées en utilisant les hashtag **#idm314gallery** et **#idm314**.

© 2023 Christiane Rousseau

Ce texte est soumis à une [licence internationale Creative Commons Attribution 4.0](#).